第四章
光辐射在介质中的传播

4.1 光在介质分界面上的反射与折射
4.2 介质平板光波导的射线分析方法
4.3 光纤中的射线分析
4.4 阶跃光纤中的电磁波模式理论
4.5 光纤的损耗与色散

第四章 光辐射在介质中的传播

光波导的种类：

- 平板波导(薄膜波导)
- 矩形波导（条形波导或带状波导)
- 圆柱形波导

分析波导介质导光原理的两种方法：

- 基于几何光学的射线理论

  前提：光学元器件及光波导尺寸远大于光波长

- 基于麦克斯韦方程组的波导理论

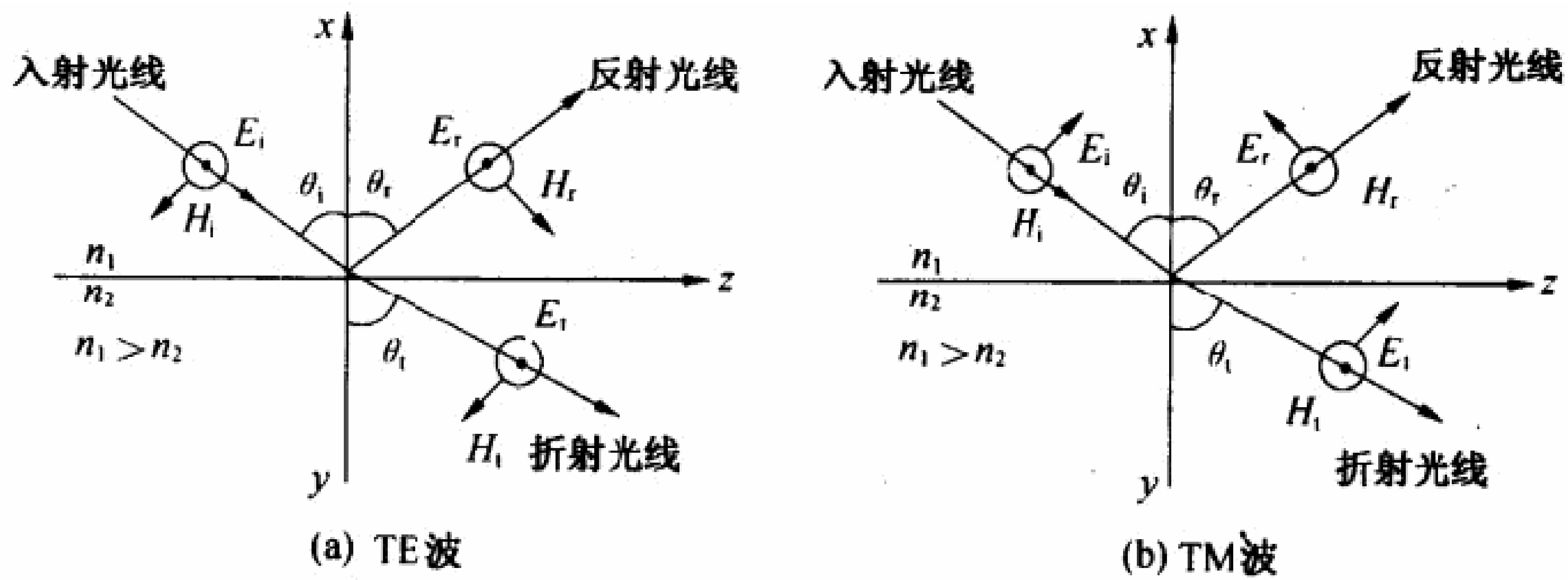
  前提：光学元器件及光波导尺寸和光波长可比拟

4.1 光在介质分界面上的反射与折射

一 菲涅耳公式

TE波：电场矢量垂直于入射面、磁场矢量平行于入射面。

TM波：磁场矢量垂直于入射面、电场矢量平行于入射面。



平面波的反射与折射

一 菲涅耳公式

TE波的反射系数：

$$r_{TE}=\frac{\left[n_1\cos\theta_i-(n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i)^{\frac{1}{2}}\right]}{\left[n_1\cos\theta_i+(n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i)^{\frac{1}{2}}\right]}$$

TM波的反射系数：

$$r_{TM}=\frac{\left[n_2^2\cos\theta_i-n_1(n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i)^{\frac{1}{2}}\right]}{\left[n_2^2\cos\theta_i+n_1(n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i)^{\frac{1}{2}}\right]}$$

反射波复振幅B和入射波复振幅A的关系：

$$B=r(\lambda)A$$

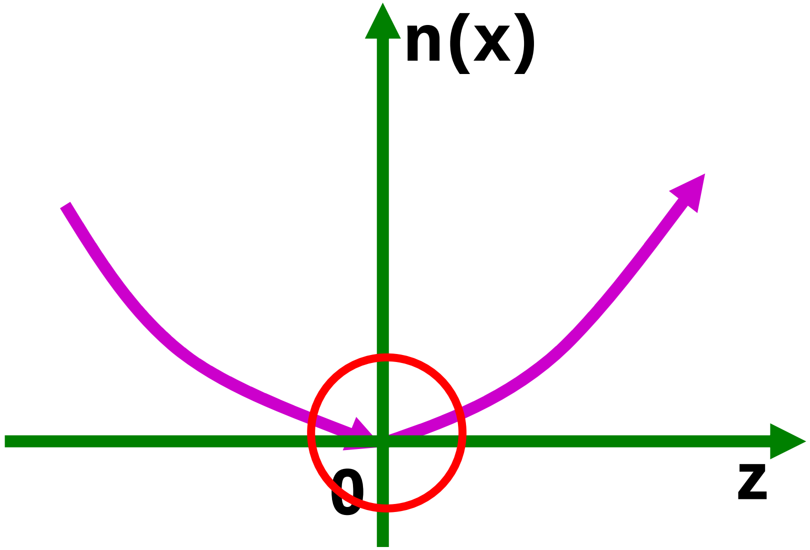
二 全反射的相移

反射系数：$r = \exp(-j2\varphi)$　　　全反射相移角：2φ

$$\varphi_{TE} = \arctan\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\cos\theta_i}$$

$$\varphi_{TM} = \arctan\frac{\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2\sqrt{\sin^2\theta_i - \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\cos\theta_i}$$

三 非均匀介质中光线的弯曲

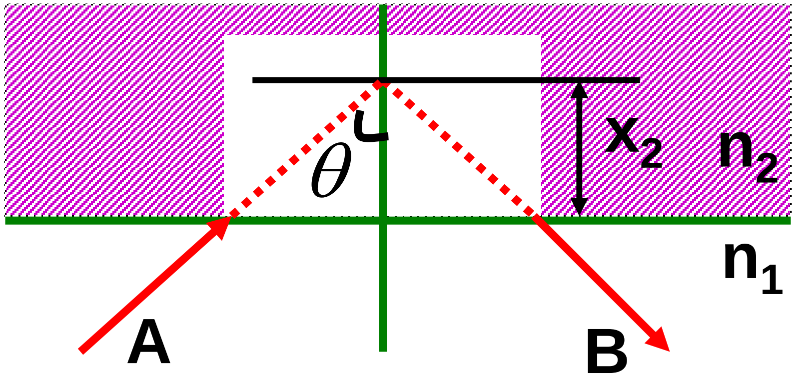


弯曲相移： $\pi/2$

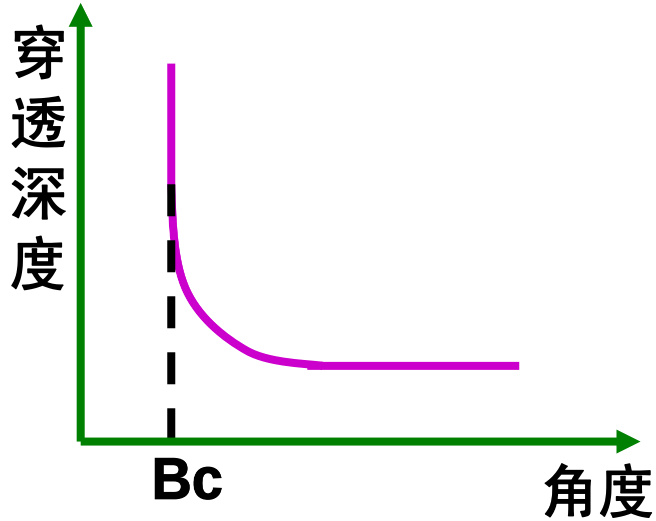
四 古斯-汉欣位移

穿透深度：

$$x_2 = \frac{\lambda}{2\pi\left[\sin^2\theta_i - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

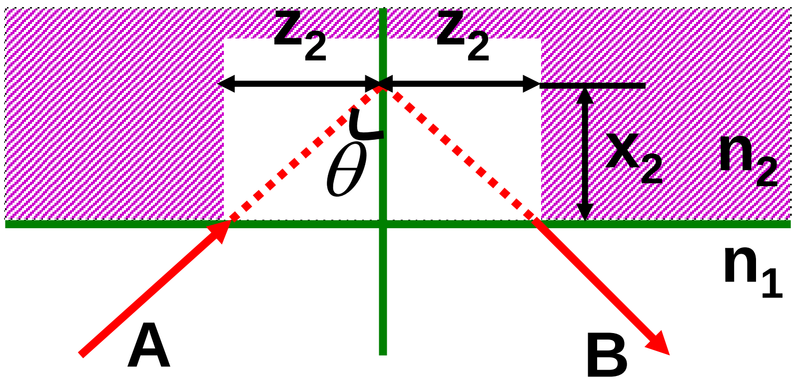


界面全反射的光线图像



穿透深度与入射角的关系曲线

四 古斯-汉欣位移



界面全反射的光线图像

TE波：

$$z_{2//}=\frac{\tan\theta_i}{\sqrt{\beta^2-k_2^2}}$$

TM波：

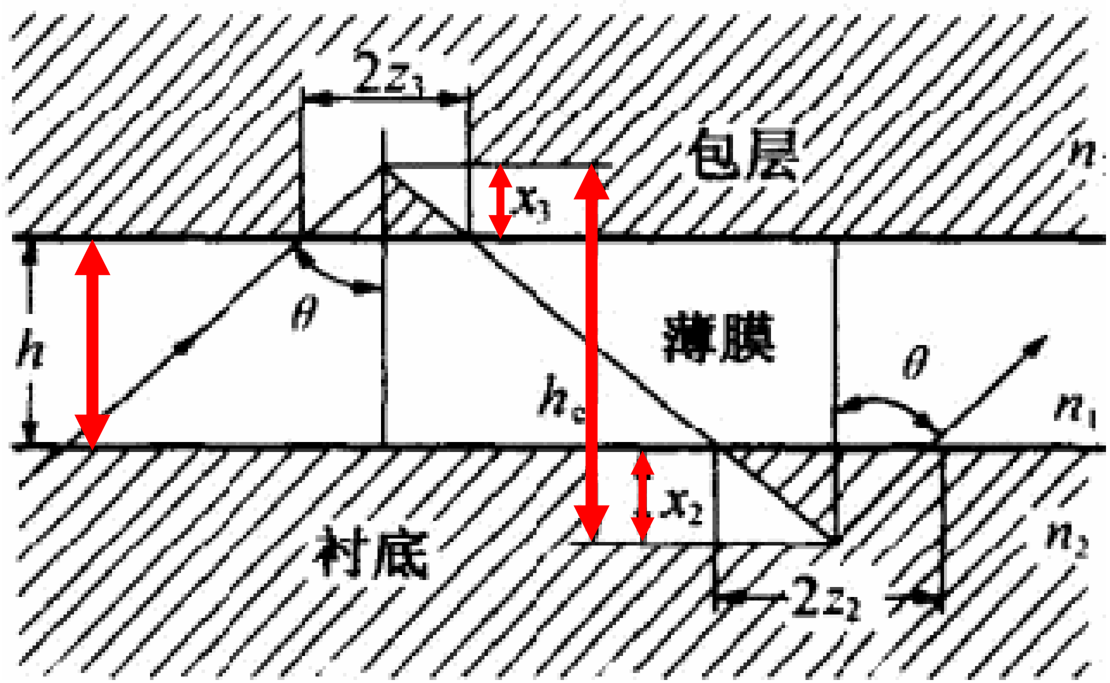
$$z_{2\perp}=z_{2//}\left(\frac{\beta^2}{k_2^2}+\frac{\beta^2}{k_1^2}-1\right)^{-1}$$

第二种媒质中波的形式：

$$\exp\left(\frac{\omega x}{c}\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_i-n_2^2}\right)\cdot\exp\left[j\omega\left(t-\frac{n_1}{c}\sin\theta_i z\right)\right]$$

四 古斯–汉欣位移

平板波导介质的**有效厚度**：$h_e = h + x_3 + x_2$

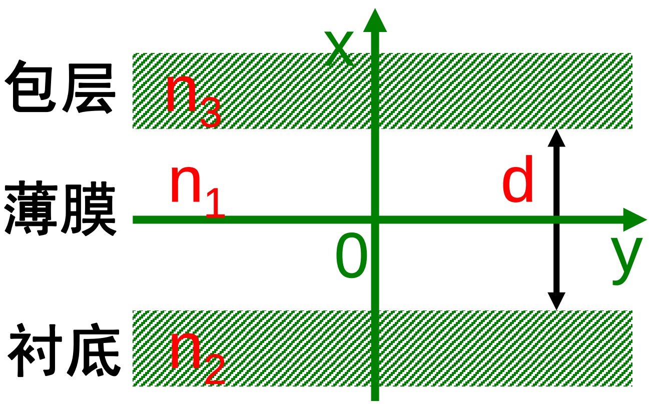


平板波导中Z字形传播的光线图像

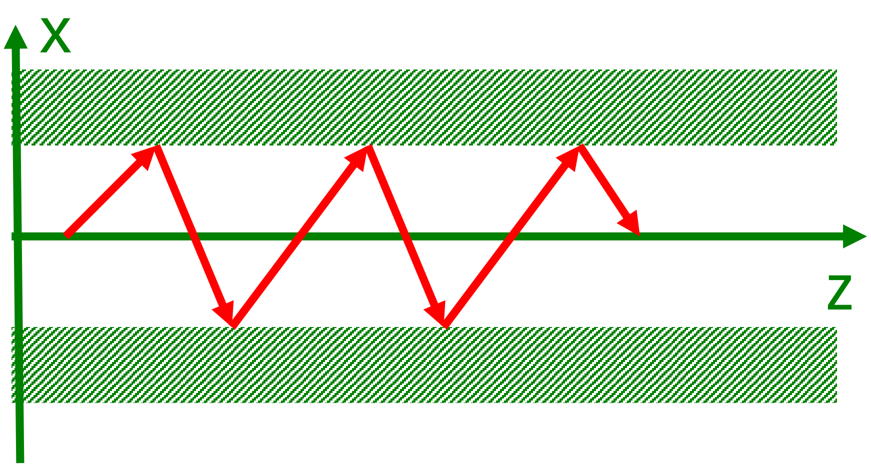
4.2 介质平板光波导的射线分析方法

对称型平板波导： $n_1 > n_2 = n_3$

非对称型平板波导： $n_1 > n_2 > n_3$



平板介质波导的横截面



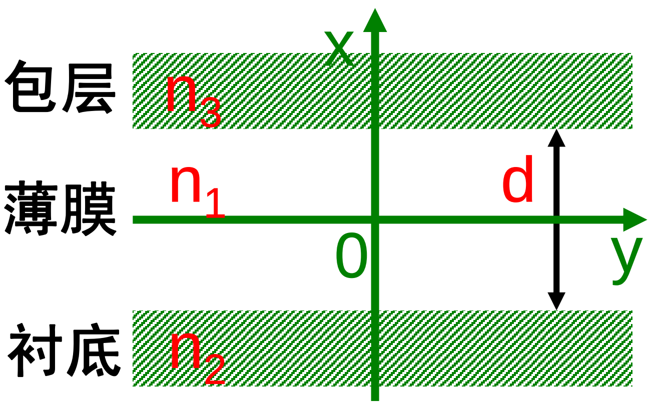
平板介质波导中光的传播路径

一 平板波导的模式

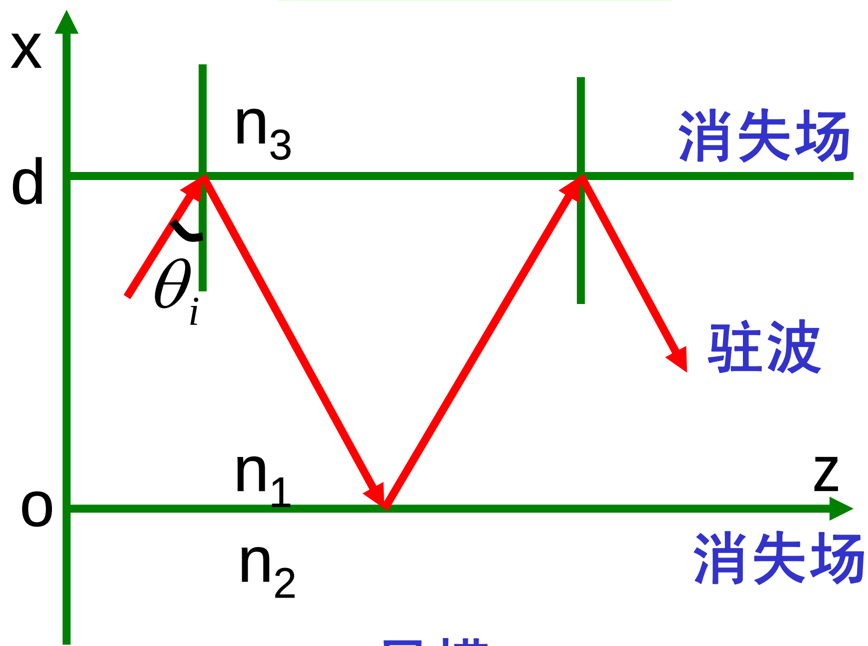
下界面全反射临界角：$\theta_{12} = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$

上界面全反射临界角：$\theta_{13} = \arcsin\left(\dfrac{n_3}{n_1}\right)$

$$\theta_i > \theta_{12} > \theta_{13}$$



平板介质波导的横截面

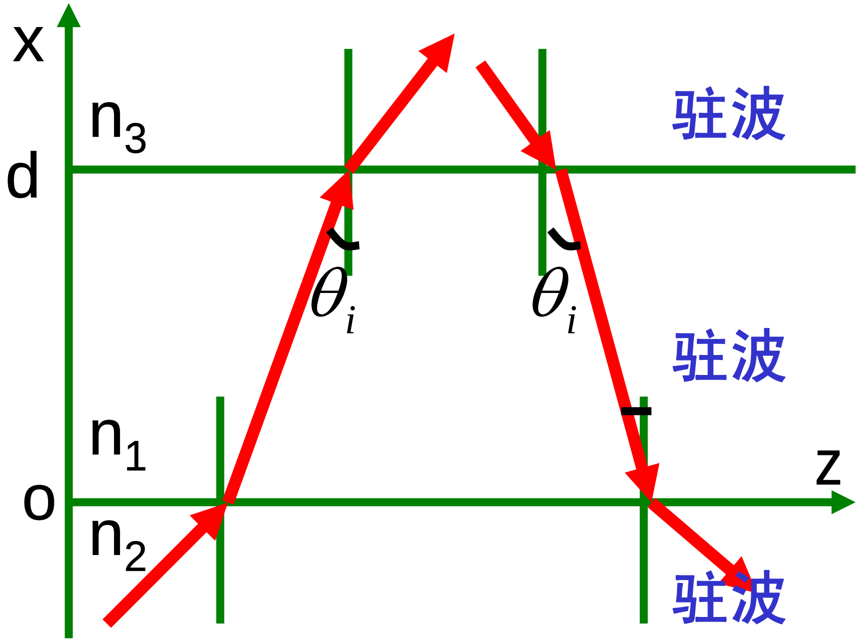


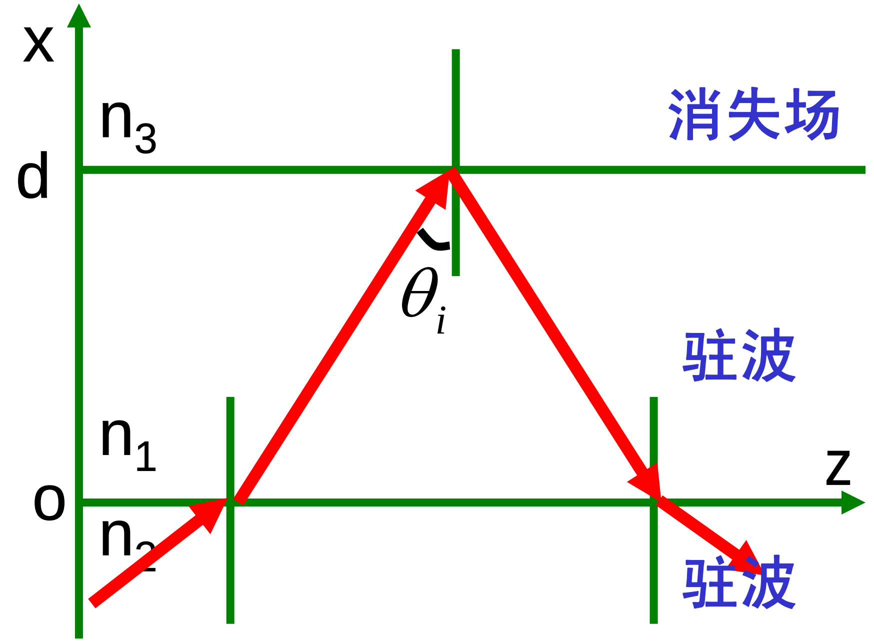
导模

一 平板波导的模式

$\theta_{13} > \theta_i > 0$

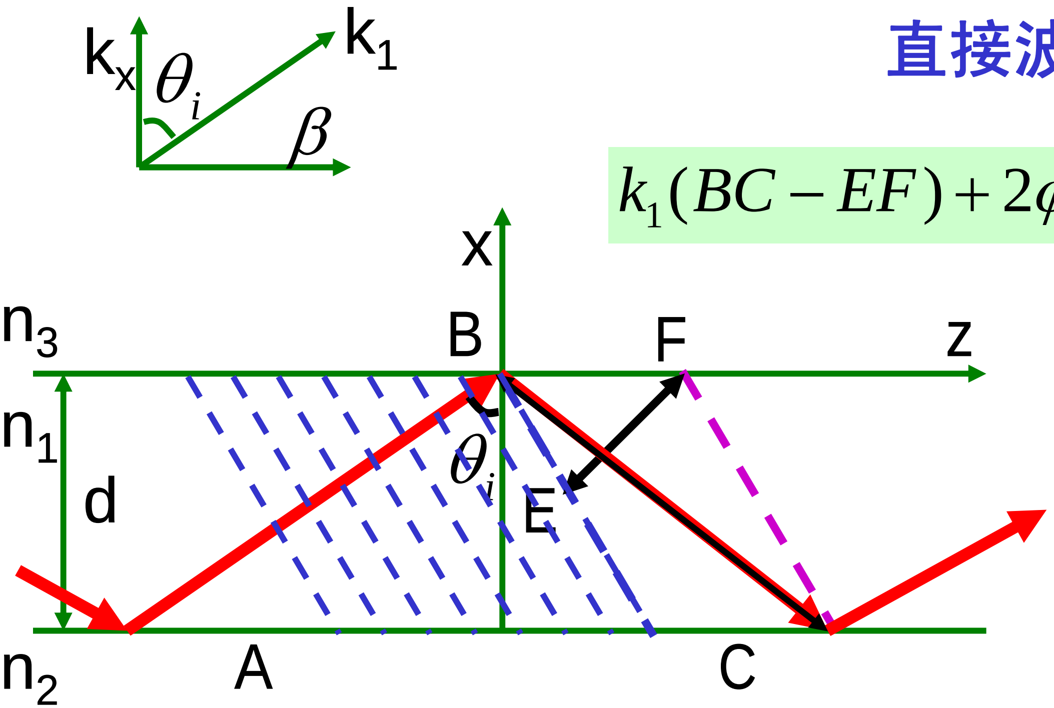
$\theta_{12} > \theta_i > \theta_{13}$





$$\underbrace{\text{包层模} \qquad \text{衬底模}}_{\text{辐射模}}$$

二 导模的特点与模方程



锯齿光线的波矢量图

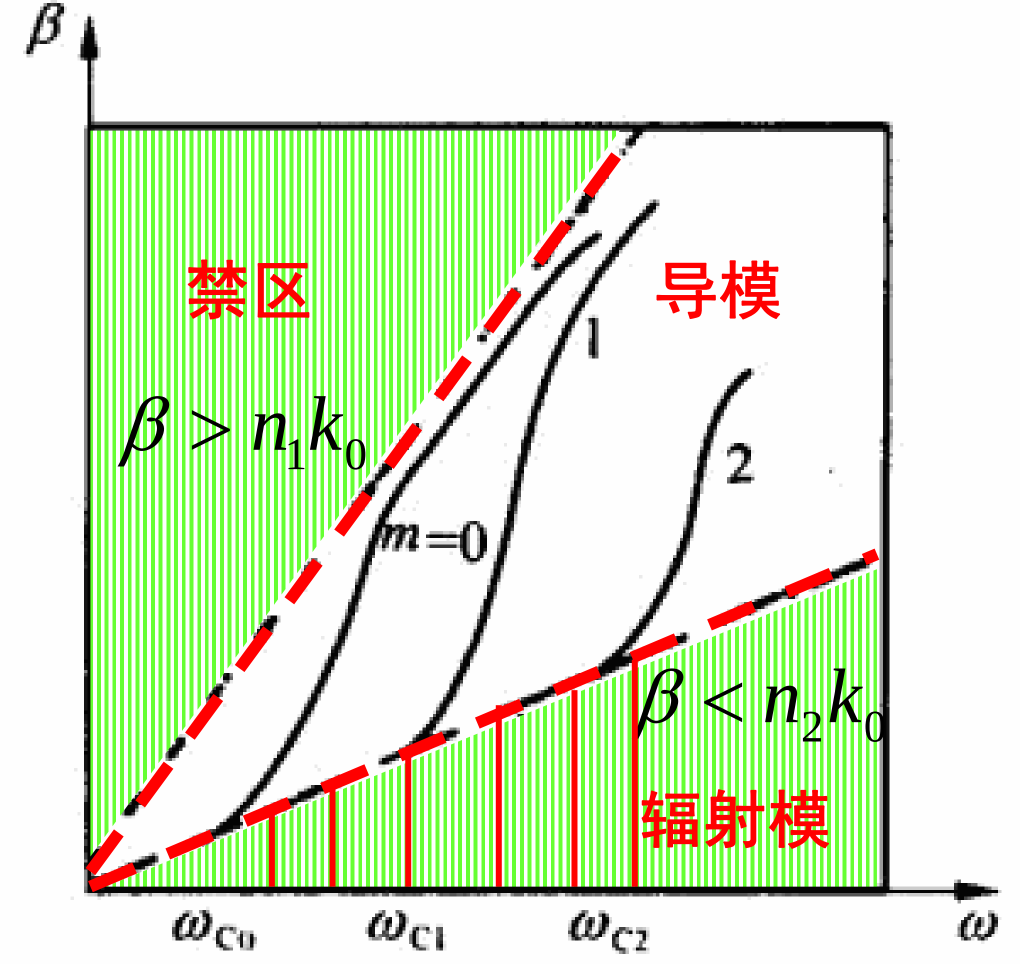
直接波和间接波的相位差满足：

$$k_1(BC-EF)+2\varphi_{12}+2\varphi_{13}=-2m\pi(m=0,1,.2\ldots)$$

平板波导特征方程：

$$2dn_1k_0\cos\theta_i+2\varphi_{12}+2\varphi_{13}=-2m\pi$$

二 导模的特点与模方程



平板波导 β 对 ω 的关系曲线

三 导模的截止

导模截止： $\theta_i = \theta_{12}, \beta = n_2 k_0$

特征方程： $(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}} k_0 d = m\pi + \varphi'_{13}$

1. 模式数量

$$M = \frac{2d}{\lambda}(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\pi}\varphi'_{13}$$

2. 第m阶导模的截止频率

$$\omega_c = \frac{c\pi}{d(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}\left(m + \frac{1}{\pi}\varphi'_{13}\right)$$

三 导模的截止

3. 第m阶导模的截止厚度

$$d_c = \frac{\lambda}{2(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}\left(m + \frac{1}{\pi}\varphi'_{13}\right)$$

维持单模传输的最大厚度：

$$d_{\max} = \frac{\lambda}{2(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}\left(1 + \frac{1}{\pi}\varphi'_{13}\right)$$

维持单模传输的最小厚度：

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{1}{\pi}\varphi'_{13}\right)$$

维持单一零阶模传输的厚度条件：

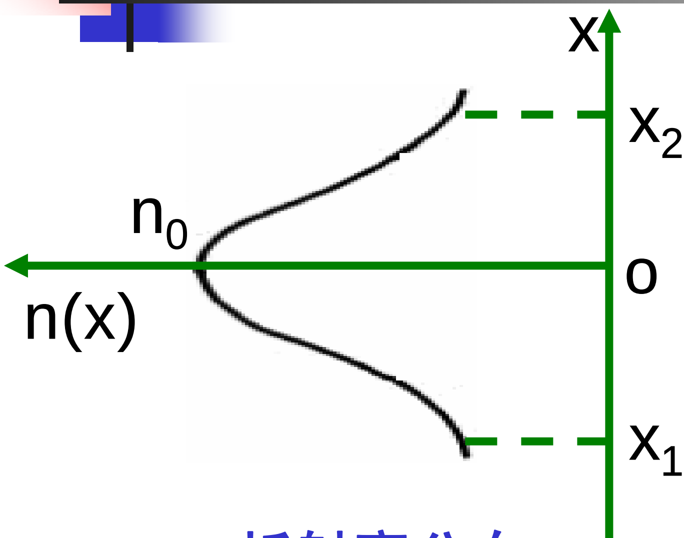
$$d_{\min} < d < d_{\max}$$

对称结构平板波导：

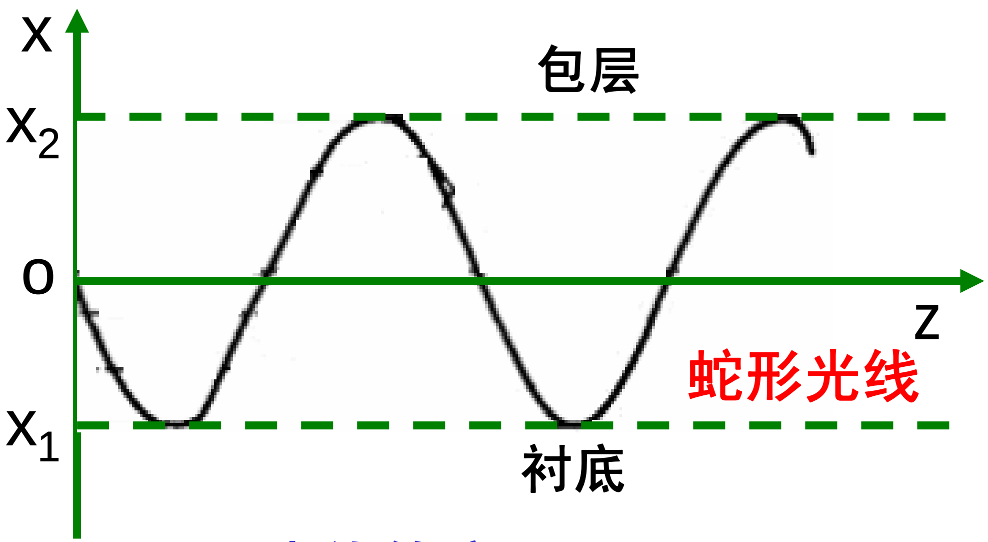
$$d_c \to 0, d_{\min} = 0, \omega_c = 0, \lambda \to \infty$$

注：对称结构平板波导中，任意波长光波都能以基模或零阶模形式传播。

四 渐变折射率平板波导--对称渐变折射率



折射率分布



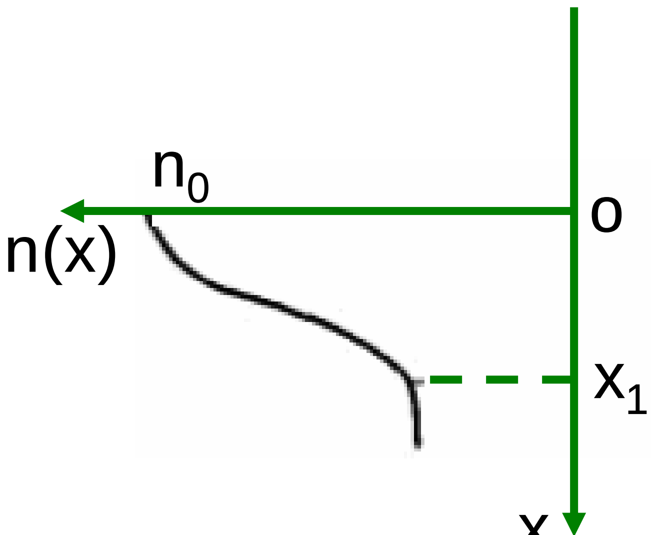
光线轨迹

$$\begin{cases} k(x) = n(x)k_0 \\ k_x = n(x)k_0\cos\theta(x) \\ k_z = \beta = n(x)k_0\sin\theta(x) \end{cases}$$

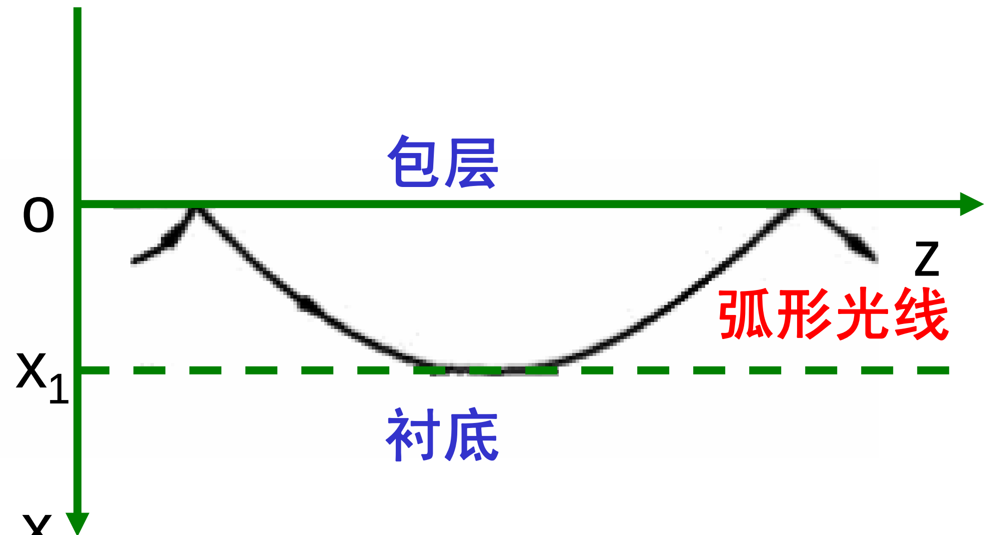
$$\partial\beta/\partial x = 0$$

β是与X无关的常数

四 渐变折射率平板波导---非对称渐变折射率



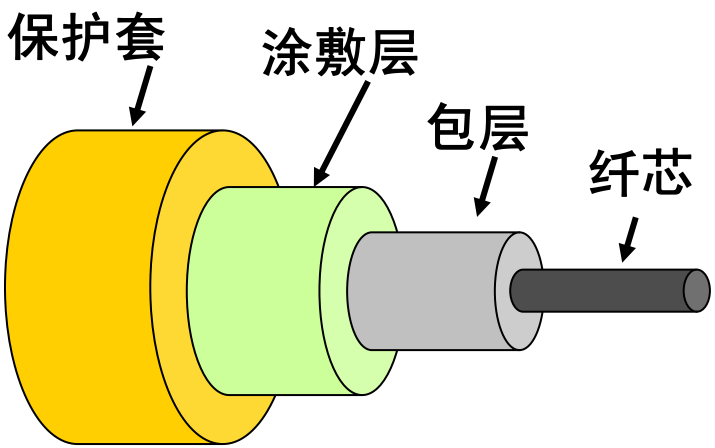
折射率分布



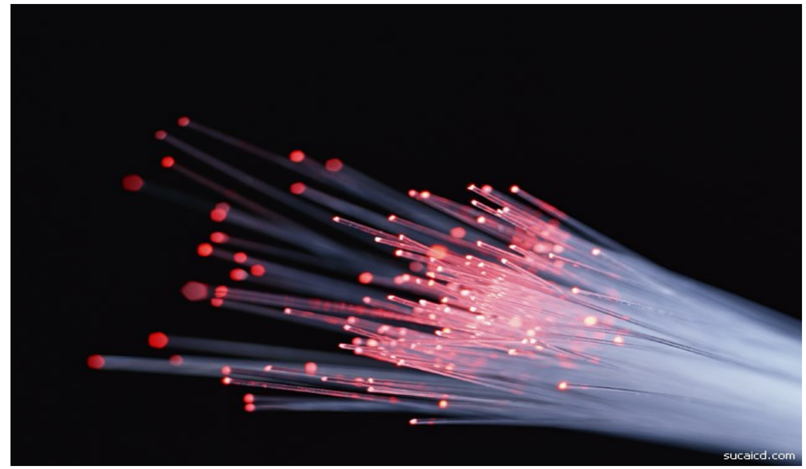
光线轨迹

4.3 光纤中的射线分析

一 概述



光纤剖面结构图

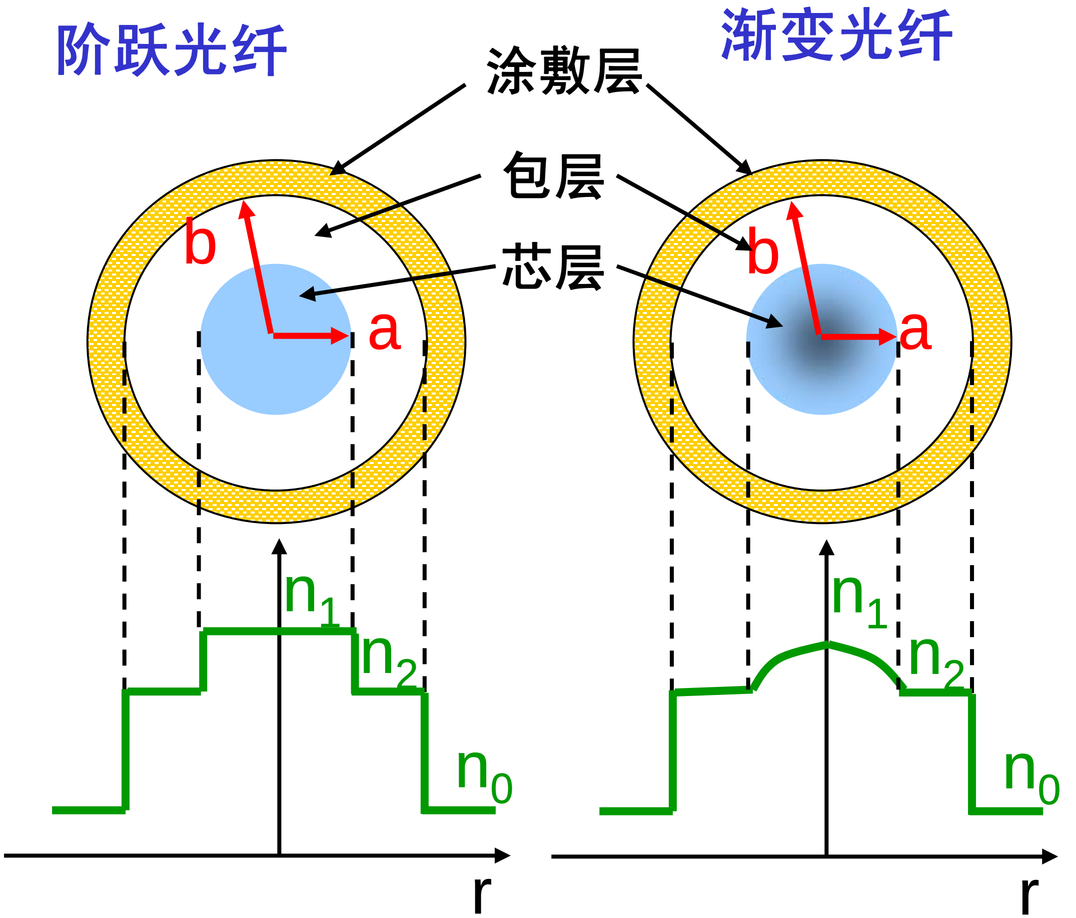


按折射率分布分类$\begin{cases}\text{阶跃(突变）光纤}\\ \text{渐变光纤}\end{cases}$

由折射率较高的**芯区**、折射率较低的**包层**和表面**涂层**组成。

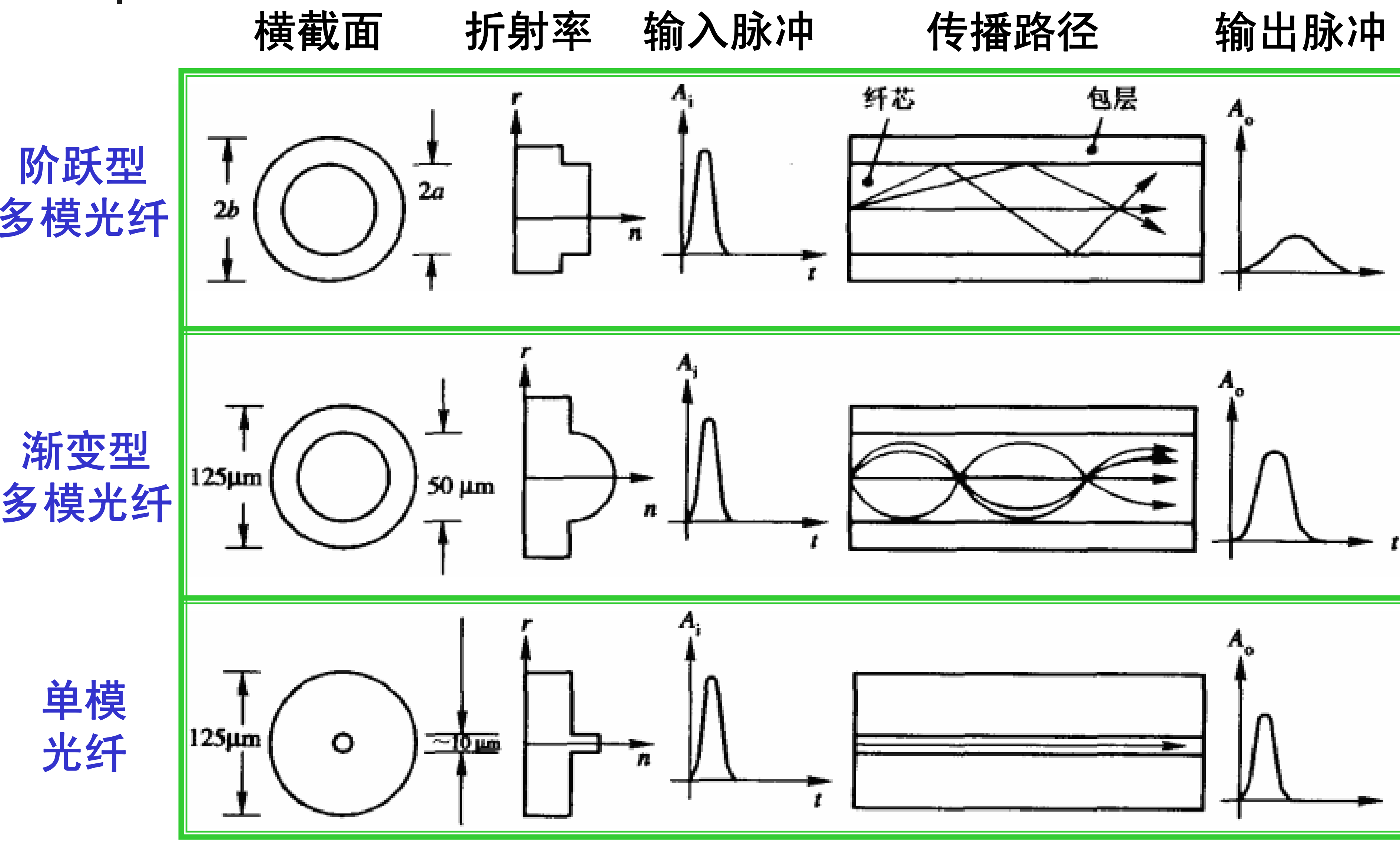
按传输模式分类$\begin{cases}\text{单模光纤}\\ \text{多模光纤}\end{cases}$

一 概述



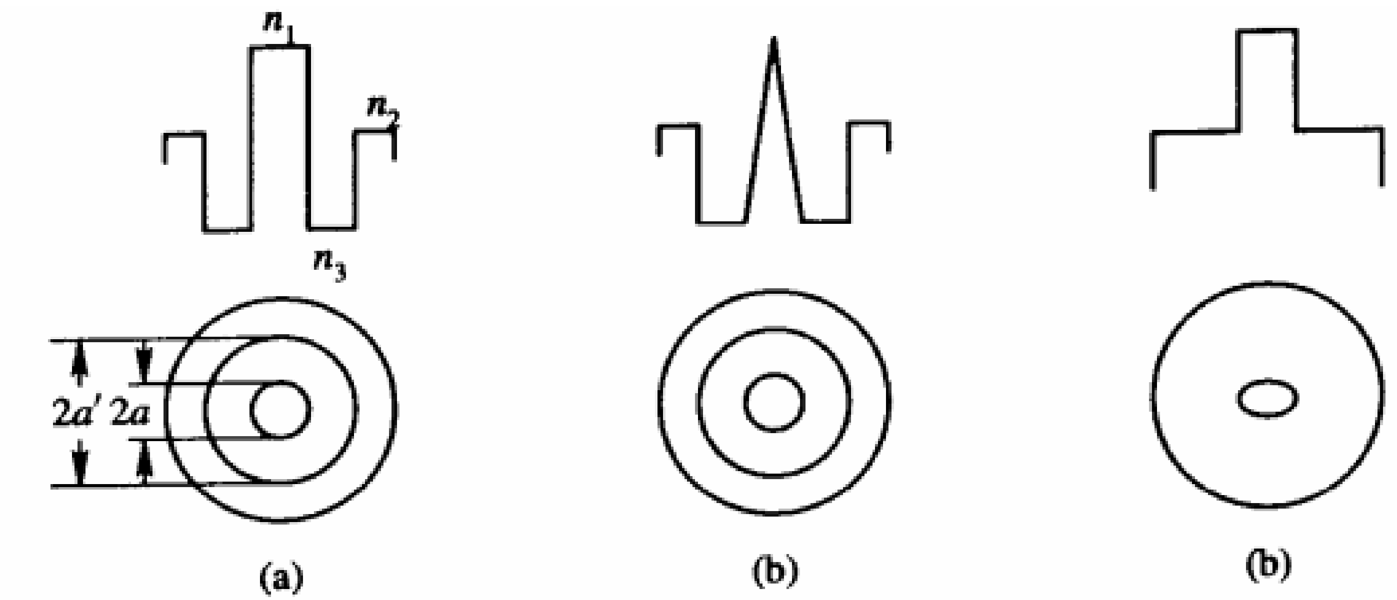
光纤横截面和折射率分布

一 概述



横截面
折射率
输入脉冲
传播路径
输出脉冲
阶跃型多模光纤
渐变型多模光纤
单模光纤
2b
2a
r
n
A_i
t
纤芯
包层
A_o
125μm
50 μm
~10 μm

一 概述

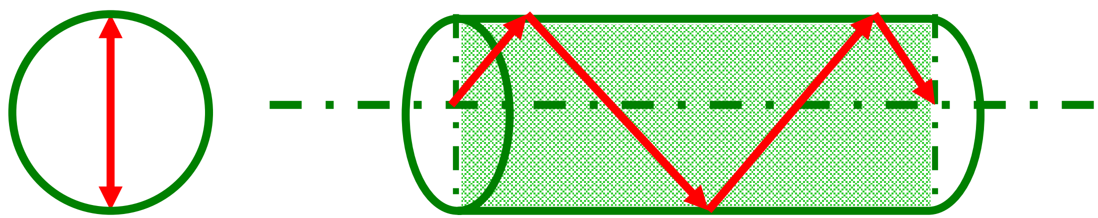


双包层　　三角芯　　椭圆芯

典型单模特种光纤

二 阶跃光纤的射线理论

1. 子午线与子午面



子午线：光线在传播时始终在同一个包含光纤轴线的平面内。

子午线在光纤端面的投影是一条直径。

子午面：包含子午线的平面。

2. 相对折射率差

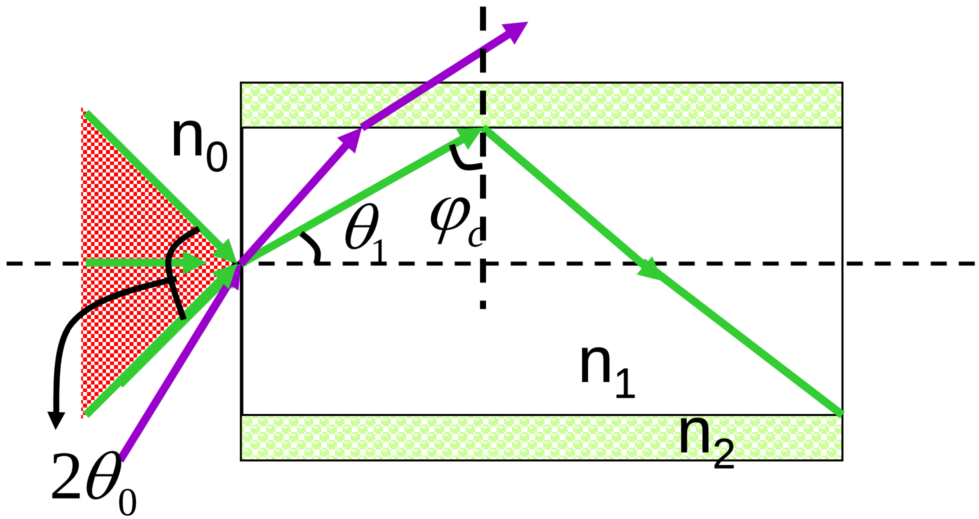
$$\Delta = [1 - (\frac{n_2}{n_1})^2]/2$$

$$\varDelta < 0.01$$

$$\varDelta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

二 阶跃光纤的射线理论

3. 数值孔径



$$n_0 \sin\theta_0 = n_1 \sin\theta_1$$

临界角：

$$\sin\varphi_c = n_2 / n_1$$

入射光限制在纤芯所要求的与光纤轴线间的最大夹角：

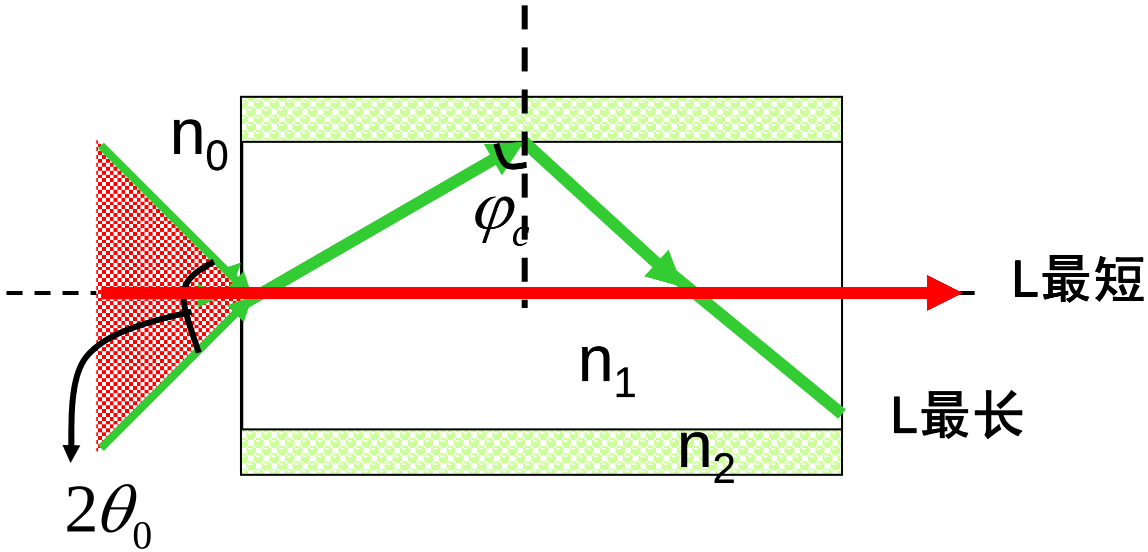
$$n_0 \sin\theta_0 = n_1 \cos\varphi_c = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

数值孔径（NA）：代表光纤的集光能力

$$n_1 \approx n_2 \rightarrow NA = n_1\sqrt{2\Delta}, \Delta = (n_1 - n_2)/n_1$$

二 阶跃光纤的射线理论

4. 子午光线在光纤中的时延差



色散现象

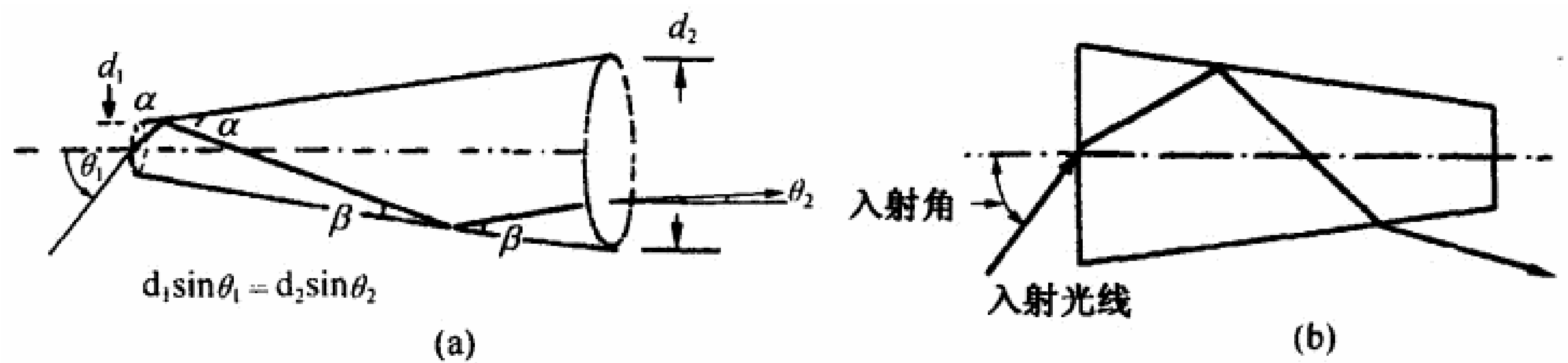
$\theta=\theta_0$和$\theta=0$ 对应的两条光线通过单位长度后的时间延迟差：

$$\tau_{\max}=\frac{\Delta\tau}{L}=\frac{1}{L}\frac{n_1}{c}\left(\frac{L}{\sin\varphi_c}-L\right)=\frac{n_1}{c}\frac{n_1-n_2}{n_2}$$

二 阶跃光纤的射线理论

5. 光线在几种特殊形状光纤中的传播

（1）光纤的直径不均匀（锥形光纤）

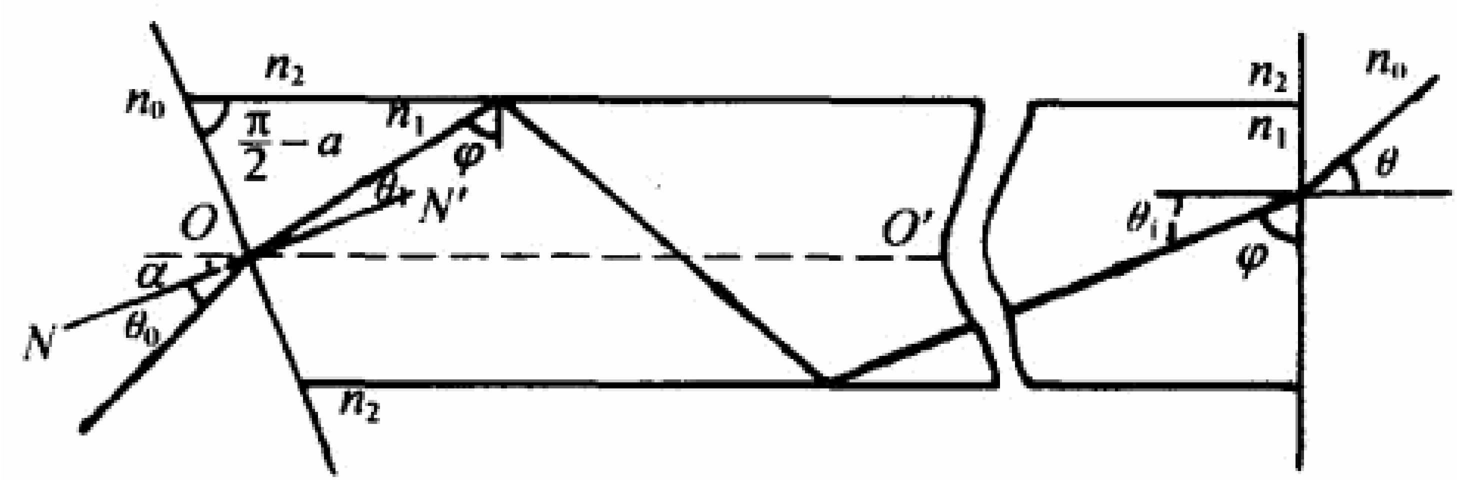


锥形光纤内光线的传播

二 阶跃光纤的射线理论

5. 光线在几种特殊形状光纤中的传播

（2）光纤端面倾斜

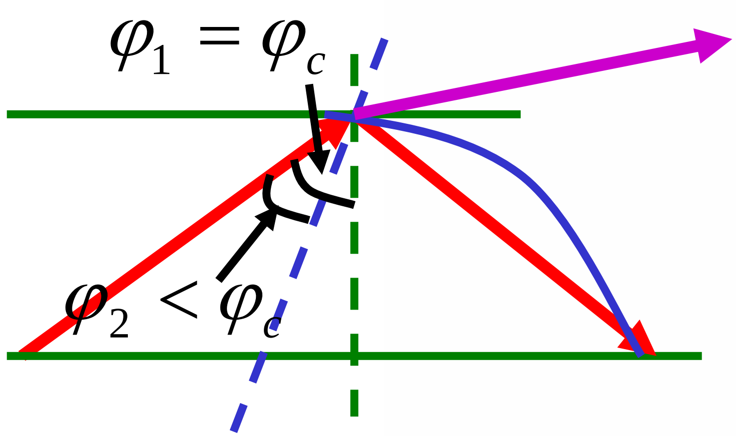


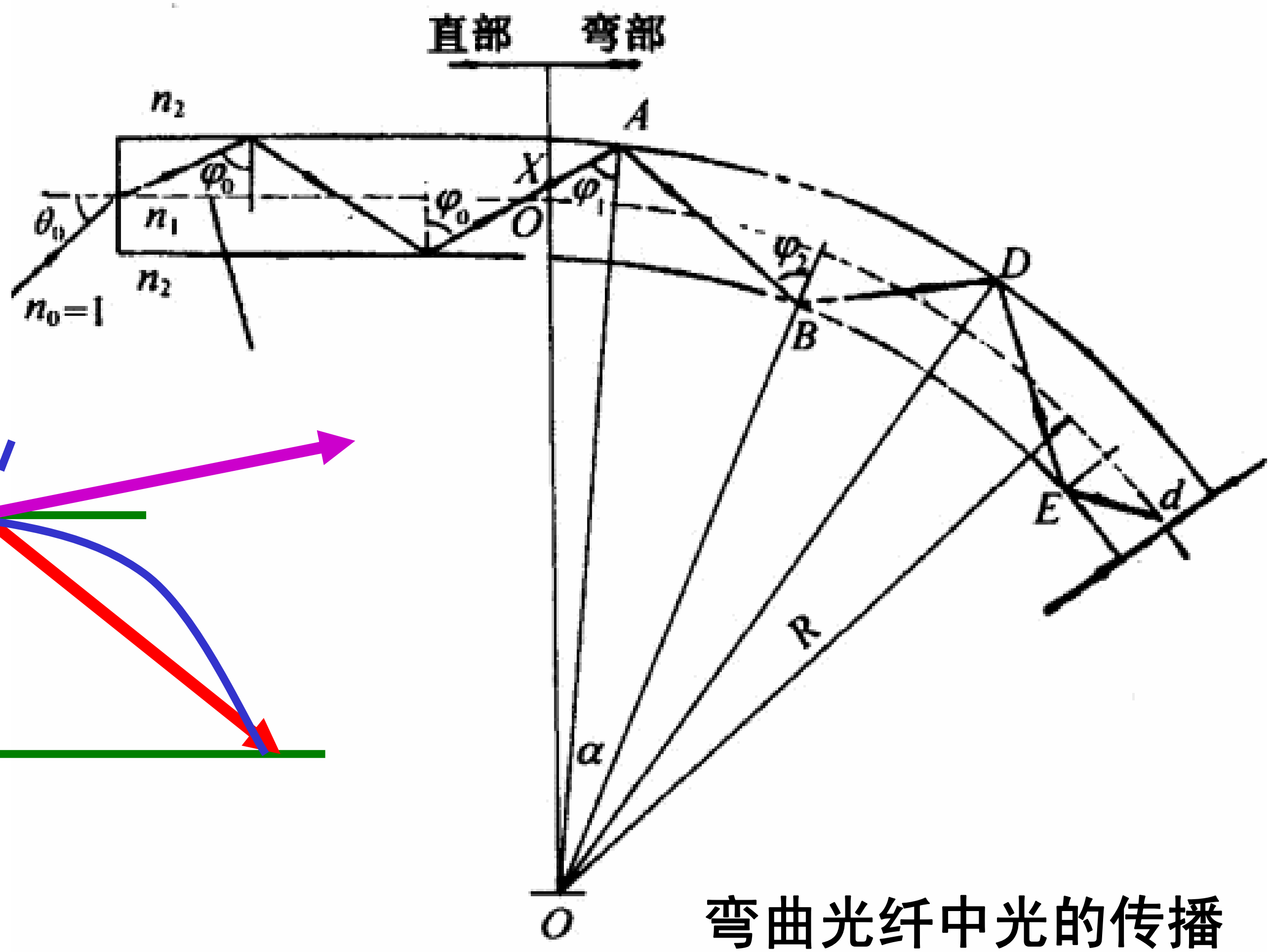
光在端面倾斜光纤中的传播

二 阶跃光纤的射线理论

5. 光线在几种特殊形状光纤中的传播

（3） 光纤弯曲

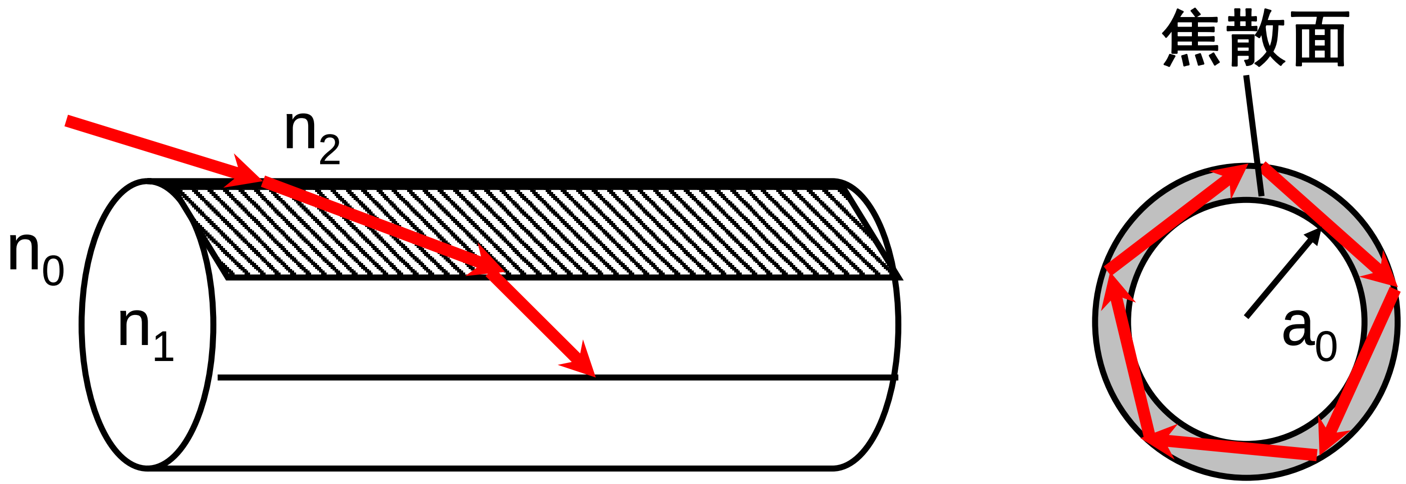




弯曲光纤中光的传播

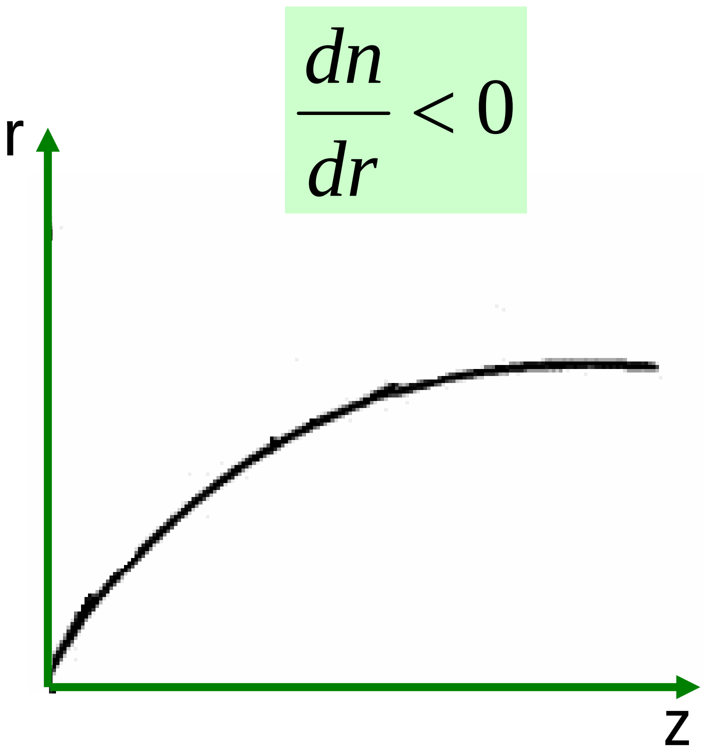
二 阶跃光纤的射线理论

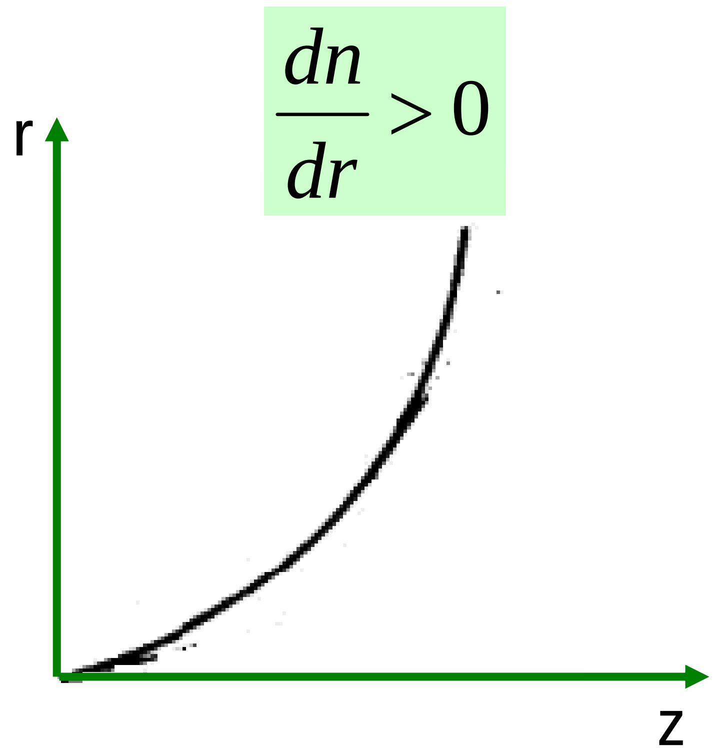
6. 斜光线的传播



斜光线在光纤中的传播

三 渐变光纤的射线理论





折射率分布对光传播特性的影响

三 渐变光纤的射线理论

1. 折射率分布

$$\left.\begin{aligned} n(r) &= n(0)\left[1-2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^{\alpha}\right]^{1/2} \qquad (0 < r \le a) \\ n(r) &= n(a) \qquad (r \ge a) \end{aligned}\right\}$$

$\alpha = \infty$：阶跃光纤

$\alpha = 2$：抛物线型

2. 数值孔径

光纤端面与轴交点处：

$$NA' = \sin\theta_m = \sqrt{n^2(0) - n^2(a)}$$

光纤端面其它点：

$$NA' = \sqrt{n^2(r) - n^2(a)}$$

三 渐变光纤的射线理论

3. 轨迹方程

子午光线的轨迹：

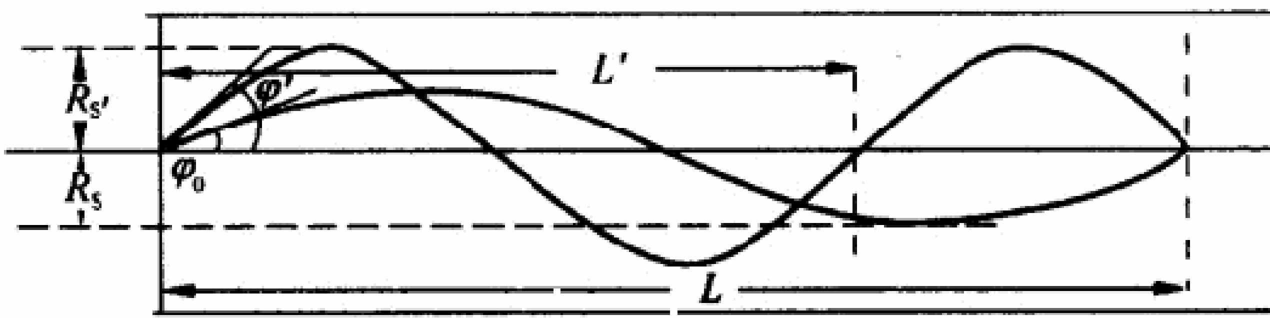
$$z=\int_0^r \frac{n(0)\cos\varphi_0}{\left[n^2(r)-n^2(0)\cos^2\varphi_0\right]^{\frac{1}{2}}}dr$$

4. 抛物线型折射率光纤中的轨迹方程

$$r=\frac{\sin\varphi_0}{A}\sin\left(\frac{A}{\cos\varphi_0}z\right)$$

$$R_s=\frac{\sin\varphi_0}{A}$$

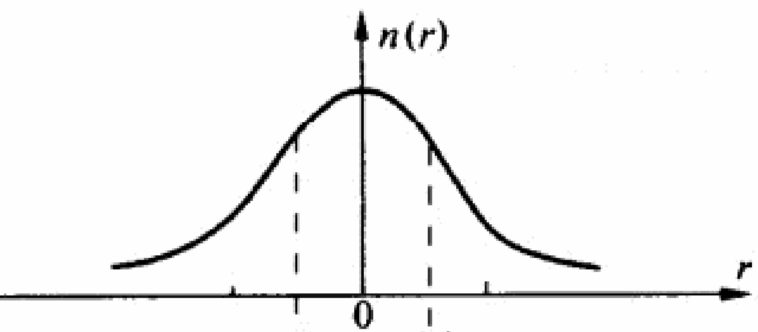
$$T=\frac{2\pi}{A}\cos\varphi_0$$



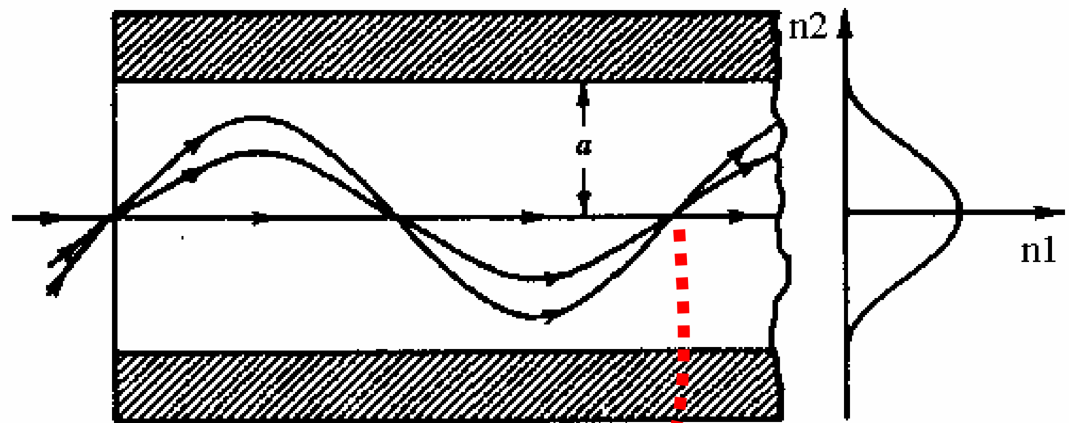
抛物线光纤中光线轨迹与入射角的关系

三 渐变光纤的射线理论

5. 自聚焦光纤



双曲正割型折射率分布



光束的传播轨迹

自聚焦效应：不同入射角对应的光线， 虽然经历的路程不同，但是最终都会聚在一点。

避免模间色散

抛物线型函数：

$$n(r) = n(0)\left(1 - A^2 r^2\right)$$

$$A^2 = \frac{2\Delta}{a^2}$$

4.4 阶跃光纤中的电磁波模式理论

模式的含义：

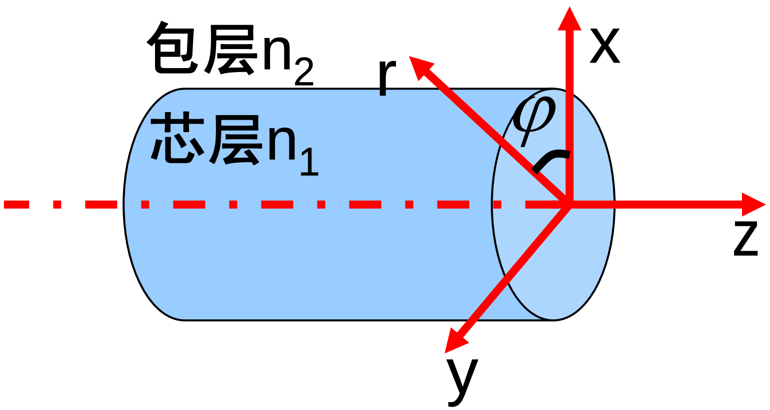
- 亥姆霍兹方程的一个特解，满足波导中心有界、边界趋于无穷时为零等边界条件。（数学含义）
- 光场沿横截面分布的一种场图。（物理含义）

模式的分类：

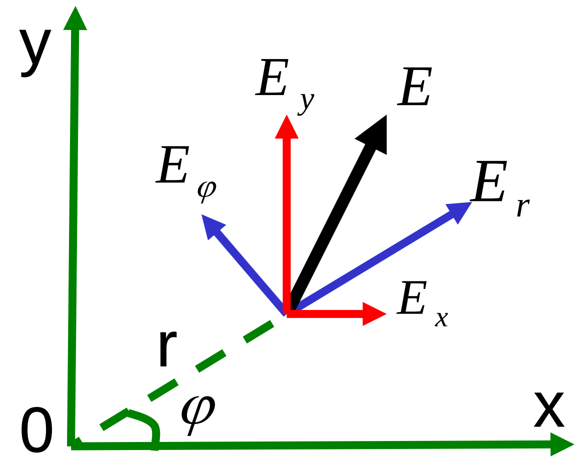
- TEM模：模式只有横向分量，无纵向分量。即$E_z=0$, $H_Z=0$
- TE或TM模：只有一个纵向分量。

  TE：$E_z=0$但$H_Z \neq 0$；　　TM：$H_Z=0$但$E_z \neq 0$
- HE或EH模：两个纵向分量均不为零。

一 圆柱坐标系中的波动方程



光纤中的圆柱坐标系



圆柱坐标系与直角坐标系的关系

$$E_r = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{k_0}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right]$$

$$H_r = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{k_0 n^2}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}\right]$$

$$E_\varphi = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\frac{\beta}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}k_0\frac{\partial H_z}{\partial r}\right]$$

$$H_\varphi = -\frac{j}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\frac{\beta}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}k_0 n^2\frac{\partial E_z}{\partial r}\right]$$

一 圆柱坐标系中的波动方程

矢量亥姆霍兹方程：

$$\nabla^2 E + \nabla\left(\frac{1}{\varepsilon} E \cdot \nabla \varepsilon\right) = \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 H + \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \varepsilon\right) \times \nabla \times H = \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

圆柱坐标系中：

$$E = E(r,\varphi)\exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$H = H(r,\varphi)\exp[i(\omega t - \beta z)]$$

Ez, Hz满足：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + (k^2 - \beta^2)\psi = 0$$

分离变量：

$$\psi(r,\varphi) = R(r)\Phi(\varphi)$$

一 圆柱坐标系中的波动方程

电磁场沿 φ 方向是以 2π 为周期的周期函数：

$$\left.\begin{aligned}&\Phi(\varphi) = \exp(iv\varphi)(v = 0,1,2,\ldots)\\ &\psi(r,\varphi) = R(r)\Phi(\varphi)\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + (k^2 - \beta^2)\psi = 0$$

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR(r)}{dr} + (k^2 - \beta^2 - \frac{v^2}{r^2})R(r) = 0$$

二 波动方程的解

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dR(r)}{dr}+(k^2-\beta^2-\frac{v^2}{r^2})R(r)=0$$

1 解的形式

芯区： $(r\le a, k=k_1=k_0n_1)$

$u^2=(k_0^2n_1^2-\beta^2)a^2$

$$\begin{pmatrix}E_{z1}\\H_{z1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}J_v\left(\frac{ur}{a}\right)\exp(jv\varphi)$$

包层： $(r>a, k=k_2=k_0n_2)$

$w^2=(\beta^2-k_0^2n_2^2)a^2$

$$\begin{pmatrix}E_{z2}\\H_{z2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}K_v\left(\frac{wr}{a}\right)\exp(jv\varphi)$$

导模传输常数取值范围： $k_0n_2<\beta<k_0n_1$

定义： $V=\sqrt{u^2+w^2}=\sqrt{k_0^2a^2(n_1^2-n_2^2)}$ V：归一化频率

二 波动方程的解

2 边界条件和本征方程

$$E_z = \begin{cases} \dfrac{A}{J_\nu(u)} J_\nu\left(\dfrac{ur}{a}\right)\exp(i\nu\varphi)(r<a) \\ \dfrac{A}{K_\nu(w)} K_\nu\left(\dfrac{wr}{a}\right)\exp(i\nu\varphi)(r>a) \end{cases}$$

$$H_z = \begin{cases} \dfrac{B}{J_\nu(u)} J_\nu\left(\dfrac{ur}{a}\right)\exp(i\nu\varphi)(r<a) \\ \dfrac{B}{K_\nu(w)} K_\nu\left(\dfrac{wr}{a}\right)\exp(i\nu\varphi)(r>a) \end{cases}$$

$$E_\varphi = \begin{cases} -i\left(\dfrac{a}{u}\right)^2\left[A\dfrac{i\nu\beta}{r}\dfrac{J_\nu\left(\dfrac{ur}{a}\right)}{J_\nu(u)} - Bw\mu\dfrac{\dfrac{u}{a}J_\nu'\left(\dfrac{ur}{a}\right)}{J_\nu(u)}\right](r<a) \\ i\left(\dfrac{a}{w}\right)^2\left[A\dfrac{i\nu\beta}{r}\dfrac{K_\nu\left(\dfrac{wr}{a}\right)}{K_\nu(w)} - Bw\mu\dfrac{\dfrac{w}{a}K_\nu'\left(\dfrac{wr}{a}\right)}{K_\nu(w)}\right](r>a) \end{cases}$$

$$H_\varphi = \begin{cases} -i\left(\dfrac{a}{u}\right)^2\left[B\dfrac{i\nu\beta}{r}\dfrac{J_\nu\left(\dfrac{ur}{a}\right)}{J_\nu(u)} + Aw\varepsilon_0 n_1^2\dfrac{\dfrac{u}{a}J_\nu'\left(\dfrac{ur}{a}\right)}{J_\nu(u)}\right](r<a) \\ i\left(\dfrac{a}{w}\right)^2\left[B\dfrac{i\nu\beta}{r}\dfrac{K_\nu\left(\dfrac{wr}{a}\right)}{K_\nu(w)} + Aw\varepsilon_0 n_2^2\dfrac{\dfrac{w}{a}K_\nu'\left(\dfrac{wr}{a}\right)}{K_\nu(w)}\right](r>a) \end{cases}$$

二 波动方程的解

2 边界条件和本征方程

$r=a$ 处 E_φ, H_φ 应连续

$$A\frac{iv\beta}{a}\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)-B\frac{w\mu}{a}\left[\frac{1}{u}\frac{J_v'(u)}{J_v(u)}+\frac{1}{w}\frac{K_v'(w)}{K_v(w)}\right]=0$$

$$A\frac{w\varepsilon_0}{a}\left[\frac{n_1^2}{u}\frac{J_v'(u)}{J_v(u)}+\frac{n_2^2}{w}\frac{K_v'(w)}{K_v(w)}\right]+B\frac{iv\beta}{a}\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)=0$$

本征方程：
$$\left[\frac{J_v'(u)}{uJ_v(u)}+\frac{K_v'(w)}{wK_v(w)}\right]\left[\frac{n_1^2}{un_2^2}\frac{J_v'(u)}{J_v(u)}+\frac{K_v'(w)}{wK_v(w)}\right]=v^2\left(\frac{n_1^2}{n_2^2}\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)$$

$\Downarrow$ **弱导光纤（n1≈ n2)**

$$\frac{J_v'(u)}{uJ_v(u)}+\frac{K_v'(w)}{wK_v(w)}=\pm v\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)$$

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模

$v = 0,1,2\ldots$: **圆周方向模数**

$m = 1,2,\ldots$: **径向模数**

$v = 0$： **TE波和TM波的场分量沿圆周方向无变化**

$$v = 0 \Rightarrow \begin{cases} TE_{0m}: \text{仅有} E_{\varphi}，\ H_{\mathrm{r}}, H_{\mathrm{z}} \text{分量，} E_{\mathrm{z}} = E_{r} = H_{\varphi} = 0 \\ TM_{0m}: \text{仅有} H_{\varphi}，\ E_{\mathrm{r}}, E_{\mathrm{z}} \text{分量，} H_{\mathrm{z}} = H_{r} = E_{\varphi} = 0 \end{cases}$$

$v \neq 0 \Rightarrow$ **HE模或EH模**

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模

（1）TE_{0m}模和TM_{0m}模

特征方程：
$$\frac{J_0'(u)}{uJ_0(u)}+\frac{K_0'(w)}{wK_0(w)}=0$$

模式截止（ $w\to 0$ ）时有：
$$\frac{J_0'(u)}{uJ_0(u)}\to\infty$$

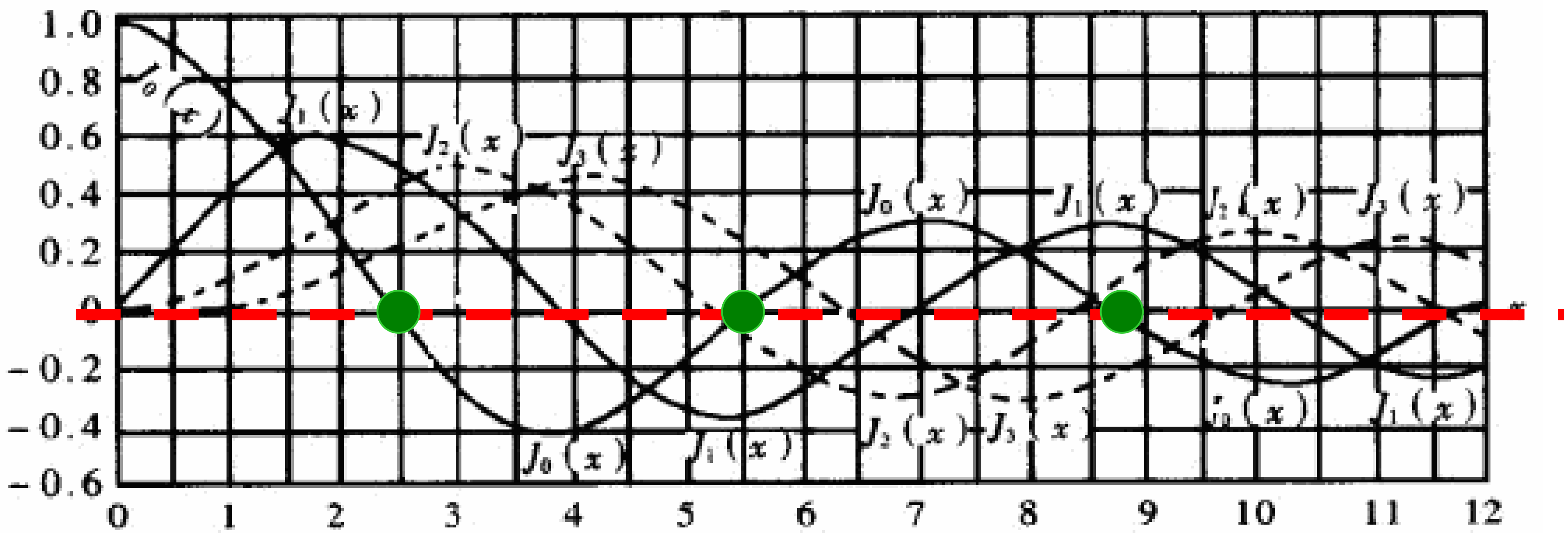
$$J_0(u)=0$$

2.4048 TE_{01}(TM_{01})	5.520 TE_{02}(TM_{02})	8.6537 TE_{03}(TM_{03})

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模

（1）TE_{0m}模和TM_{0m}模



贝塞尔函数图形

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模

（2）HE_{vm}模

v=1时特征方程：$$\frac{J_0(u)}{uJ_1(u)}=\frac{K_0(w)}{wK_1(w)}$$

模式截止（ $w\to 0$ ）时有：$$\frac{J_0(u)}{uJ_1(u)}=\infty$$

$$J_1(u)=0$$

0 HE_{11}	3.8317 HE_{12}	7.016 HE_{13}

HE_{11}:截止频率为0，在任何光纤中都能存在，无截止现象，称为基模。

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模

求取各模式截止值的方程：

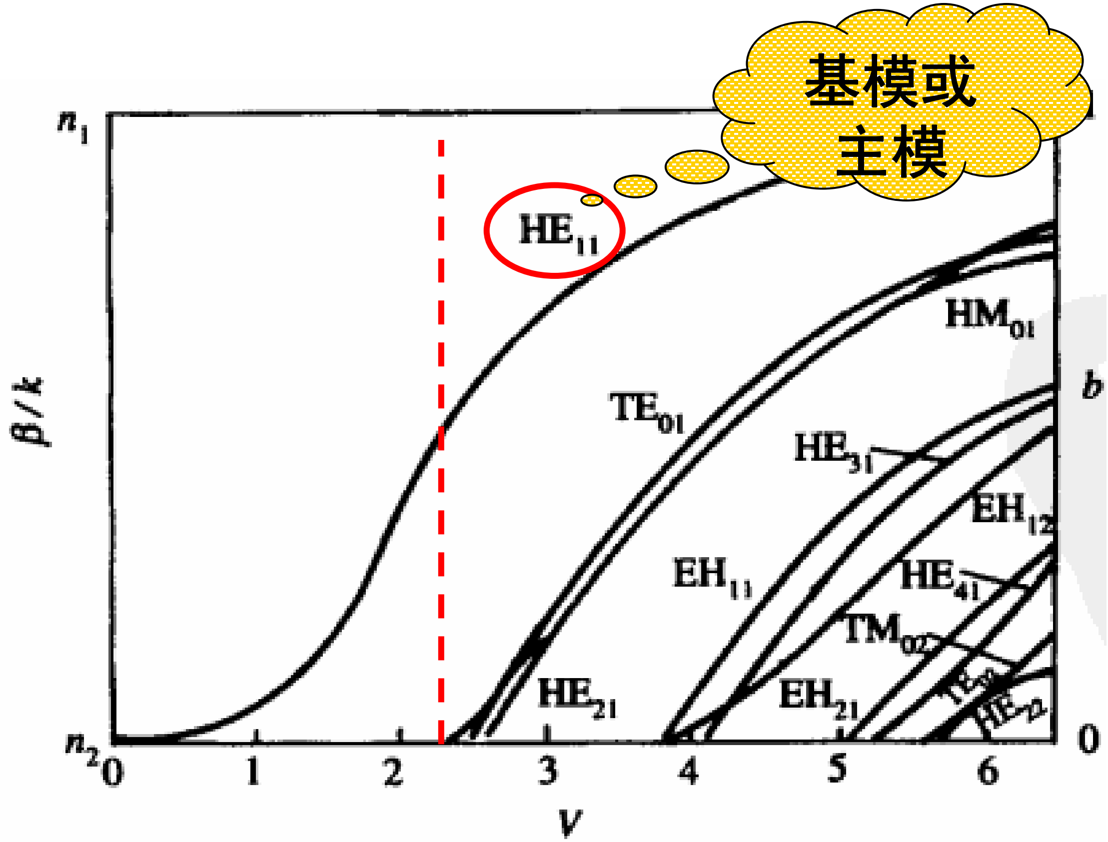
- 对TE_{0m}和TM_{0m}模： $J_0(u)=0$
- 对HE_{1m}和EH_{1m}模： $J_1(u)=0$
- 对$HE_{vm}(v>1)$模： $\dfrac{J_{v-1}(u)}{J_v(u)}=\dfrac{u}{2(v-1)}$

贝塞尔函数的根

贝塞尔函数	$J_0(u)$	$J_1(u)$	$J_2(u)$
前三个根（不包括零根）	2.405	3.832	5.136
	5.520	7.016	8.417
	8.654	10.173	11.62

二 波动方程的解

3 光纤中的各种导模



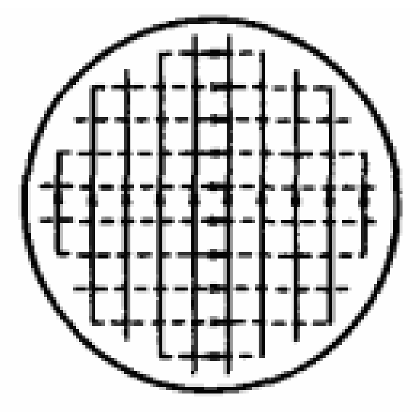
若干低阶模式归一化传输常数
随归一化频率变化的曲线

光纤单模传输的条件：

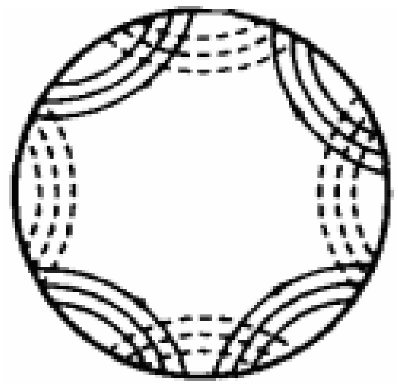
$$V=\sqrt{k_0^2a^2(n_1^2-n_2^2)}<2.405$$

二 波动方程的解

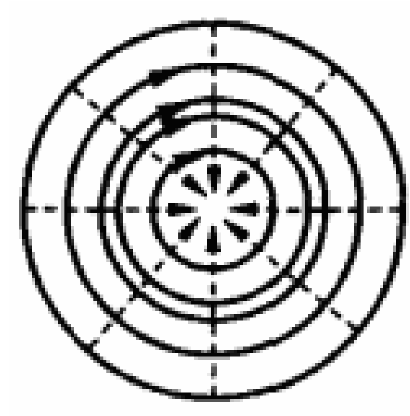
3 光纤中的各种导模



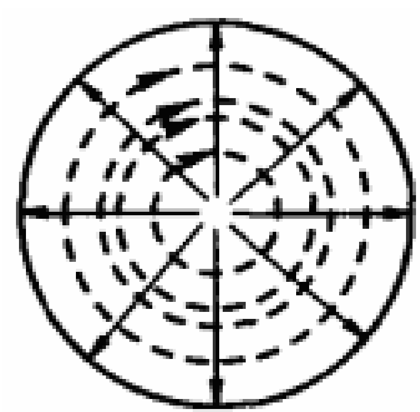
HE_{11}



HE_{21}



TE_{01}



TM_{01}

四个低阶模式的电磁场矢量结构图

（实线：电场；虚线：磁场）

三 近似解—LP模

低阶模式和对应的V值范围

V值范围	低阶模式	
0~2.405	LP_{01}	HE_{11}
2.405~3.832	LP_{11}	HE_{21}、TM_{01}、TE_{01}
3.832~5.520	LP_{02}	HE_{12}
5.520~7.016	LP_{12}	HE_{22}、TM_{02}、TE_{01}
7.016~8.654	LP_{03}	HE_{12}
8.654~10.173	LP_{13}	HE_{23}、TM_{03}、TE_{03}

四 单模光纤的传播特性

1 单模传播的条件

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda}\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} < 2.405$$

截止波长：

$$\lambda_c = \frac{V\lambda}{2.405}$$

$\lambda < \lambda_c$ 多模传输

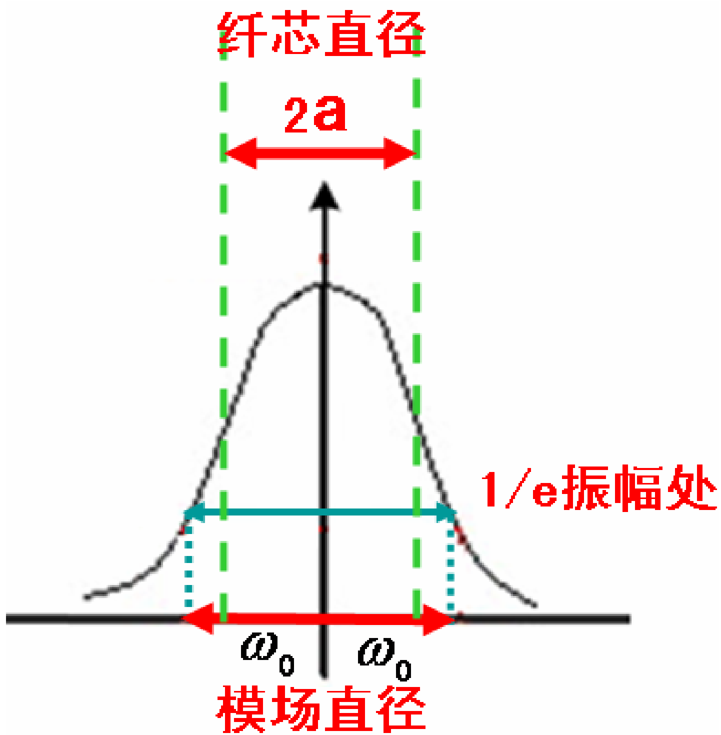
$\lambda > \lambda_c$ 单模传输

2 模场分布

$$E(r) = E(0)\exp[-(\frac{r}{w_0})^2]$$

w_0：模场半径

$$\frac{w_0}{a} = 0.65 + 1.619V^{-1.5} + 2.879V^{-6}$$



四 单模光纤的传播特性

3 纤芯中的功率流

$$\frac{P_{芯}}{P} \approx 1 - \exp\left(-\frac{2a^2}{w_0^2}\right)$$

V=2：75%的模功率集中在芯区

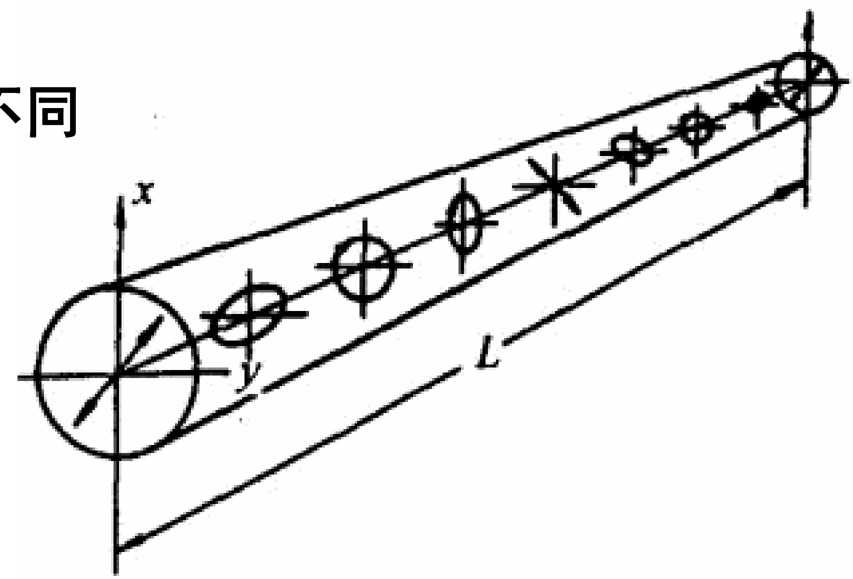
V=1：20%的模功率集中在芯区

4 单模光纤的极化

模式双折射：传输常数对x, y方向不同

单模光纤的拍长：

$$L = \frac{2\pi}{\beta_y - \beta_x}$$



双折射对偏振状态的影响

4.5 光纤的衰减和色散特性

一 光纤损耗

信号在光纤中传输时的衰减：

$$\alpha = -\frac{1}{P}\left(\frac{dP}{dz}\right)$$

传输距离L之后输出光功率：

$$P_{out} = P_{in}\exp(-\alpha L)$$

衰减系数：

$$\alpha[dB/km] = -\frac{10}{L}\lg\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$$

一 光纤损耗

衰减机理：

- **吸收损耗**

  固有吸收：材料电子跃迁、分子振动吸收。

  杂质：过渡金属、 OH^-

  （浓度 10^{-6}，1.39um处50dB/km，浓度 10^{-9}，0.5dB/km）

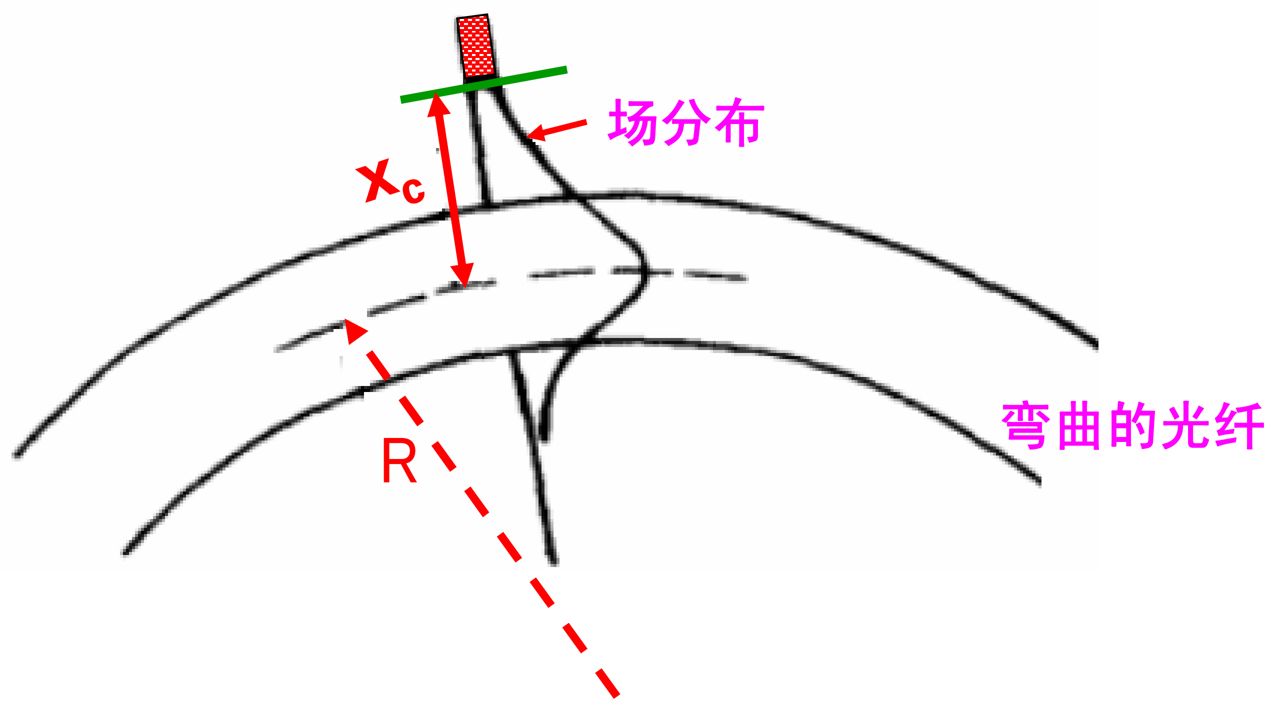
- **散射损耗**

  结构缺陷（气泡）

  瑞利散射：微观密度不均匀

- **弯曲损耗**：光纤的弯曲引起能量泄漏到包层

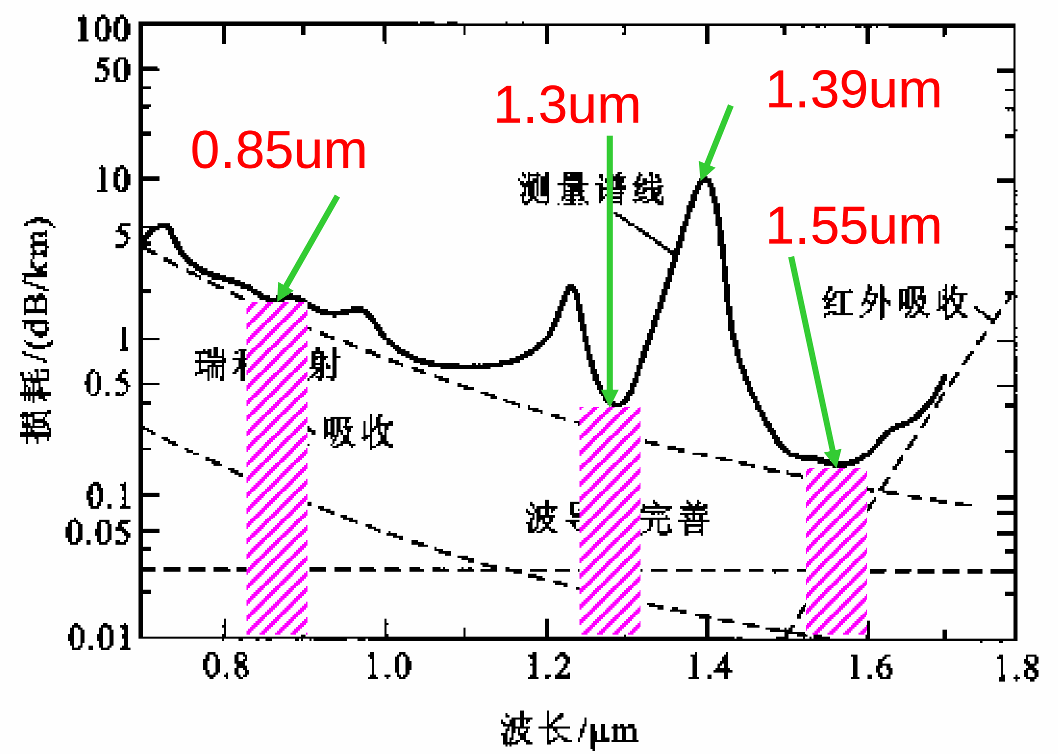
一 光纤损耗



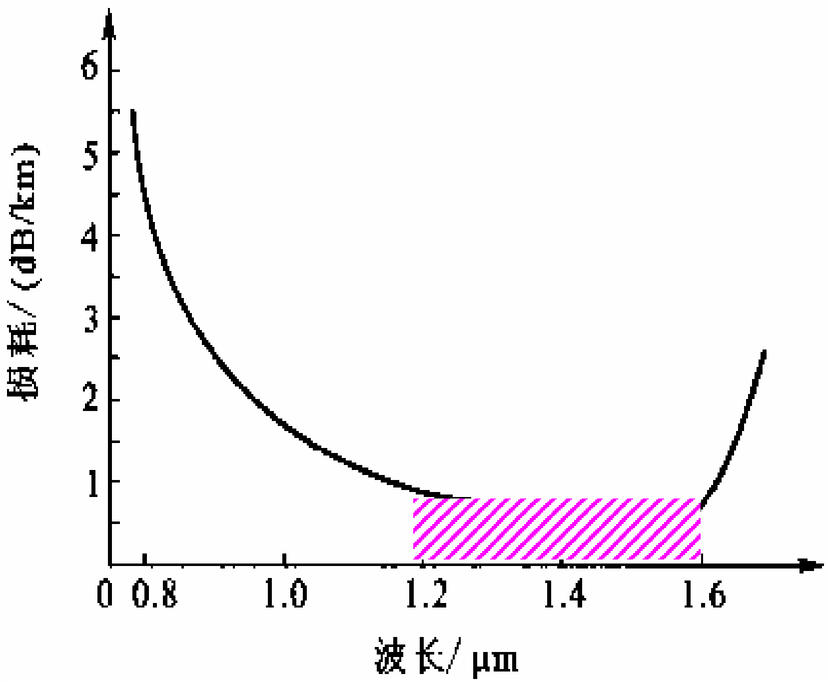
弯曲光纤与基模的消逝场分布

一 光纤损耗

损耗谱：光纤损耗随着使用光波长而变化。



早期光纤的损耗谱



最新的光纤损耗谱

二 光纤色散

光纤色散：光信号中的各种分量由于在光纤中传输速度不同，而引起的信号畸变。

后果：将引起**光脉冲展宽**和**码间串扰**，最终影响**通信距离和容量**。

分类：

$$
色散\begin{cases} 模内色散\begin{cases} 材料色散 \\ 波导色散 \end{cases} \\ 模间色散 \end{cases}
$$

色散系数D（ps/(nm.km)）：两个波长间隔为1nm的光波传输1km后彼此之间产生的时间延迟。

$$
D = D_M + D_W
$$

$$
\Delta T = DL\Delta\lambda
$$

波导色散系数　材料色散系数

光源谱宽

二 光纤色散

1 群速度和时延差

群速度：

$$v_g = \left.\frac{d\omega}{d\beta}\right|_{f_0}$$

信号传输单位长度的时延：

$$\tau = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d\beta}{dk_0}\frac{dk_0}{d\omega} = \frac{1}{c}\frac{d\beta}{dk_0} = -\frac{\lambda^2}{2c\pi}\frac{d\beta}{d\lambda}$$

传输单位长度后不同频率分量之间的时延差：

$$\Delta\tau = \frac{d\tau(\lambda)}{d\omega}\Delta\omega = \Delta\omega\frac{d^2\beta}{d\omega^2} = \frac{1}{c}\frac{\Delta f}{f_0}k_0\frac{d^2\beta}{dk_0^2} = -\frac{\Delta\lambda}{2c\pi}\left(2\lambda\frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2\frac{d^2\beta}{d\lambda^2}\right)$$

二 光纤色散

2 材料色散

起因：纤芯材料折射率随波长变化

$$\Delta\tau = -\frac{\lambda\Delta\lambda}{c}\frac{d^2n}{d\lambda^2} \qquad D_M = -\frac{\lambda}{c}\frac{d^2n}{d\lambda^2}$$

3 波导色散

起因：传播常数随 a/λ 变化（主要原因）

4 模间色散

起因：多模光纤中不同模式之间传播速度不一致

$$\Delta\tau = \begin{cases} \dfrac{n(0)\Delta(\alpha-2)}{c(\alpha+2)}(\alpha \neq 2) \\ \dfrac{n(0)\Delta^2}{2c}(\alpha = 2) \end{cases}$$

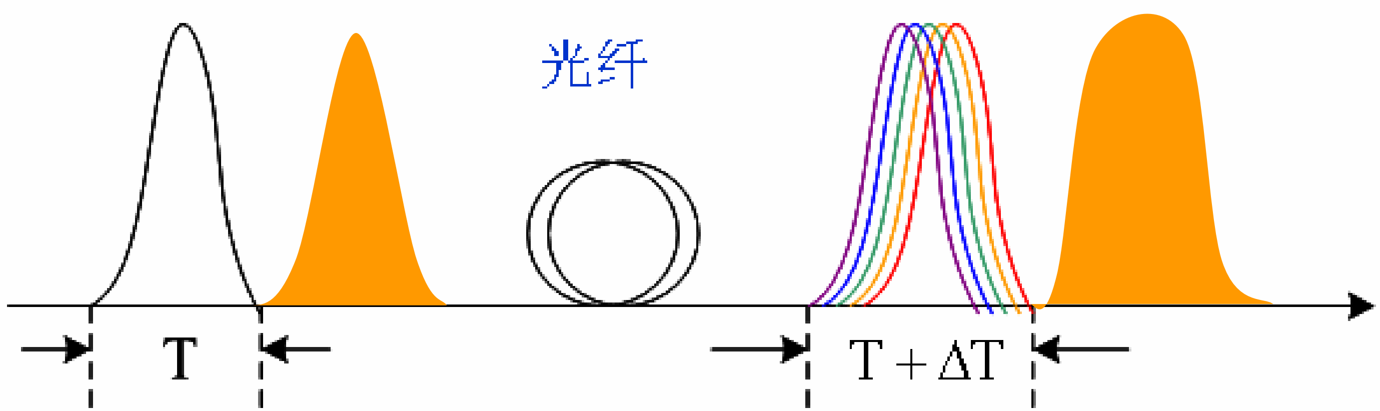
方法：$n(r) = n(0)\left[1-2\Delta(\frac{r}{a})^{\alpha}\right]^{1/2} \quad (0 < r \leq a)$

二 光纤色散

5 单模光纤的色散特性

$$\Delta\tau = \underbrace{\frac{1}{c}\frac{\Delta f}{f_0}k_0\frac{dN_1}{dk_0}}_{\text{材料色散}} + \underbrace{\frac{1}{c}\frac{\Delta f}{f_0}(N_1 - N_2)V\frac{d^2(Vb)}{dV^2}}_{\text{波导色散}}$$

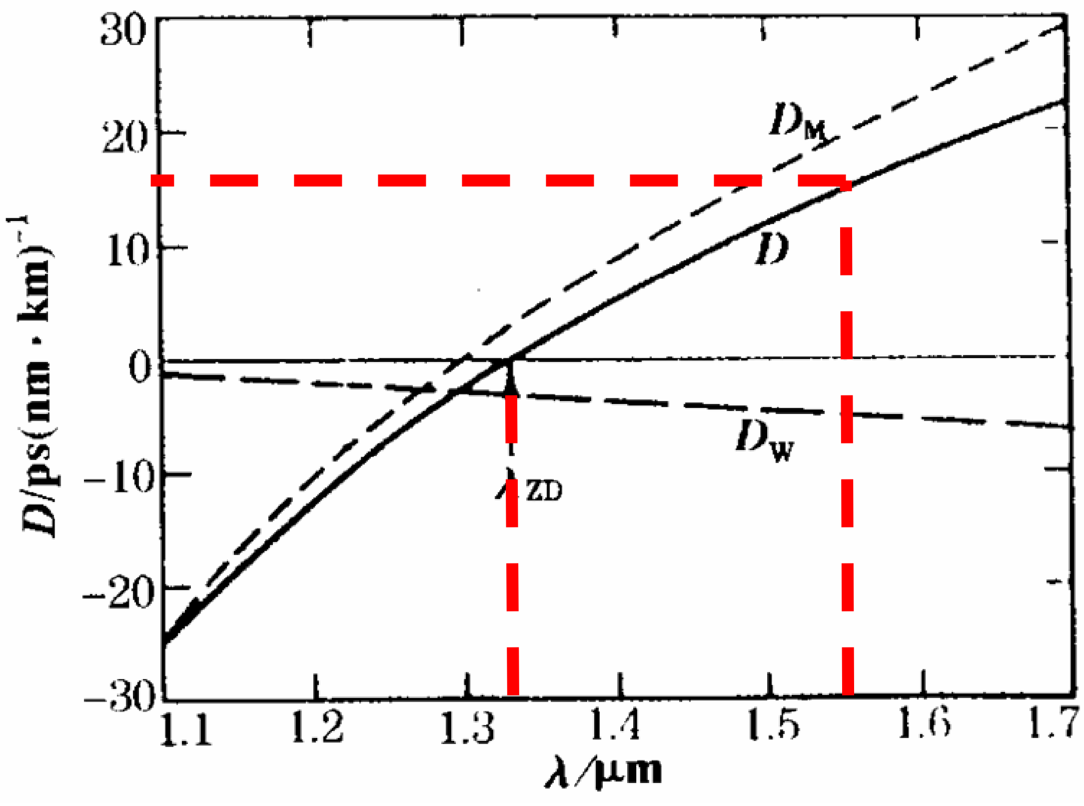
色度色散



单模光纤中色度色散引起的脉冲展宽

二 光纤色散

5 单模光纤的色散特性



普通单模光纤的D_W、D_M、和D随波长的变化

二 光纤色散

6 色散位移光纤和非零色散位移光纤

G652普通单模光纤：

$$\text{工作波长}\begin{cases} 1.31\mu\text{m}:\text{损耗}0.3\text{-}0.4\text{dB/km};\ \ \text{色散}\pm 3.5\text{ps/(nm}\cdot\text{km)} \\ 1.55\mu\text{m}:\text{损耗}0.2\text{-}0.25\text{dB/km};\ \ \text{色散}18\text{-}20\text{ps/(nm}\cdot\text{km)} \end{cases}$$

G653色散位移光纤：零色散波长移至$1.55\mu m$

G655非零色散位移光纤：$1.55\mu m$ **处色散** $2\sim 3\text{ps/(nm}\cdot\text{km)}$

※ 相速度和群速度

1. 单色光波的速度

单色平面波： $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$

相位： $\varphi = (\omega t - kz)$

给定相位位置和时间关系： $z = \dfrac{\omega t}{k} - \dfrac{\varphi}{k}$

给定的相的位置随时间而变化，其移动速度即“相速度”：

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

注：相速度不是光信号（光能量）传播的速度！

※ 相速度和群速度

2. 复色光波的速度

相速度：等相位面传播的速度

群速度：等振幅面传播的速度

设实际波列由两频率相近的等振幅余弦平面波叠加而成：

$$f_1 = A\cos(\omega_1 t - k_1 z) \qquad f_2 = A\cos(\omega_2 t - k_2 z)$$

频率相差很小，有：

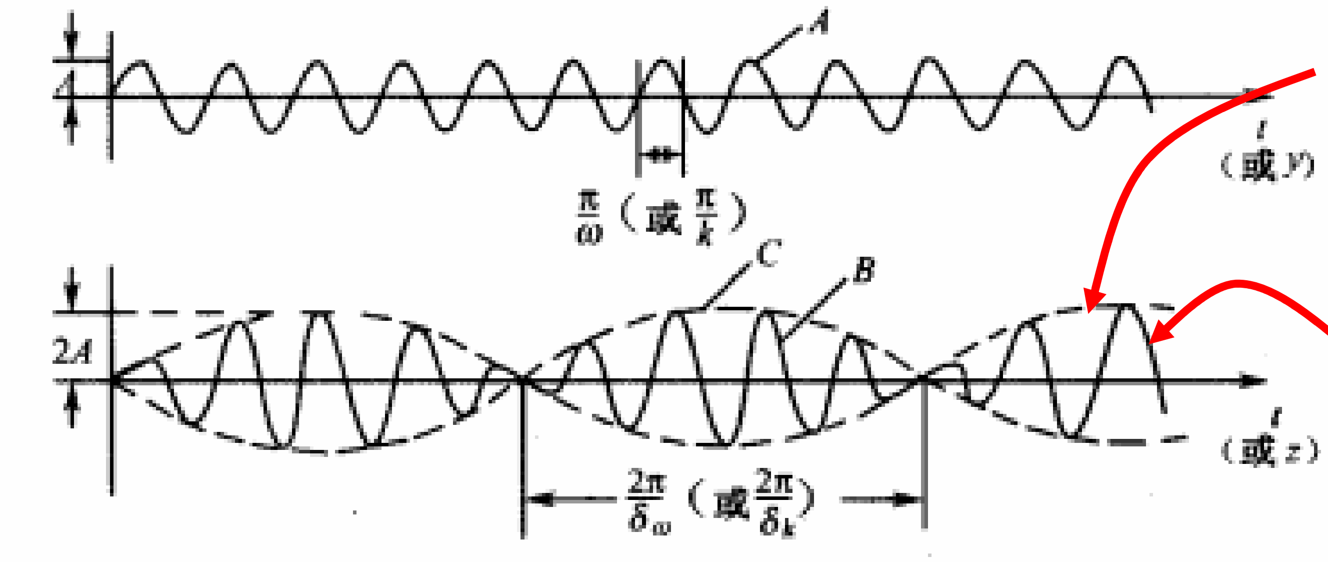
$$\omega_1 = \overline{\omega} + \delta\omega, \omega_2 = \overline{\omega} - \delta\omega \qquad k_1 = \overline{k} + \delta k, k_2 = \overline{k} - \delta k$$

实际的波群f：

$$f = f_1 + f_2 = 2A\cos(t\delta\omega - z\delta k)\cos(\overline{\omega}t - \overline{k}z)$$

※ 相速度和群速度

2. 复色光波的速度



群速度：

$$v_g = v(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda})$$

相速度：

$$v = \frac{c}{n}$$

A：叠加前的单色平面波 $A\cos(\omega_1 t - k_1 z)$

B：叠加后的波群 $2A\cos(t\delta\omega - z\delta k)\cos(\overline{\omega}t - \overline{k}z)$

C：叠加后波群的振幅 $2A\cos(t\delta\omega - z\delta k)$

注：群速度为等振幅面传播速度，是光信号（光能量）传播的速度！

※ 相速度和群速度

2. 复色光波的速度

群速度： $$v_g = v(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda})$$

相速度： $$v = \frac{c}{n}$$

相速和群速的关系： $$v_g = v(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda})$$

正常色散介质（$\frac{dn}{d\lambda} < 0$）中： $$v > v_g$$

反常色散介质（$\frac{dn}{d\lambda} > 0$）中： $$v < v_g$$